

培养小学生数学推理能力的实践研究

童晓霞

(常州市新北区百丈中心小学 江苏 常州 213034)

【摘要】：“推理能力”是《义务教育数学课程标准（2011）版》提出的核心概念之一，是学生数学思维能力的核心，良好的推理能力能够帮助学生更好地理解 and 掌握数学知识，在任何学科的学习中都非常重要。而培养学生的推理能力要讲究一定的方法，本文将从内涵、价值和培养策略三个方面入手，谈一谈培养小学生数学推理能力的思考。

【关键词】：推理能力；内涵；价值；策略

“推理能力”是《义务教育数学课程标准（2011）版》提出的核心概念之一，文中指出：“推理能力的发展贯穿于整个数学学习过程中。推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。推理一般包括合情推理和演绎推理，合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果；演绎推理是从已有的事实（包括定义、法则、顺序等）出发，按照逻辑推理的法则证明和计算。在解决问题的过程中，两种推理功能不同，相辅相成：合情推理用于探索思路，发现结论；演绎推理用于证明结论。”^[1]正是由于课程标准的大力倡导，一线教师以及相关专家、研究人员对推理能力的内涵、特点、价值、教学策略展开了广泛而深入的研究，给出了很多个性化的解读和可操作的教学建议。为了将这些研究成果更好地应用于小学数学课堂教学，笔者试着围绕这一主题，结合自身教学，做一些简单的梳理，并提出一些具体的想法。

一、推理能力的内涵

通过查阅资料，笔者发现关于推理的教学理论的研究最早始于匈牙利的数学家 G.波利亚。他在《数学与猜想》中提出：数学推理按其结论的可信程度分为两类：论证推理与合情推理。数学结论的体现要靠论证推理，但是数学结论的发现以及证明的思路获得都要依靠观察、实验、类比、归纳等合情推理^[2]。1989年，美国国家研究委员会发布《关于数学教育的未来致国民的一份报告》中强调对合情推理的培养^[3]。2000年4月，全美数学教师理事会出版《美国学校教育的原则的标准》，明确要求：“数学教学纲要应当集中精力学会将推理与证明作为理解数学的一部分，以使所有学生认识到推理与证明是数学本质和有力部分；提出和考查数学猜测；发展和评价数学争论与证明；选择和使用各种适当的推理形式和证明方法。”^[4]20世纪末，匈牙利开始数学教育改革，学者呼吁要加强学生数学推理能力的培养。

我国1963年首次明确提出逻辑推理能力，之后演变成推理能力。梳理我国学者对推理能力的解读，笔者发现主要有如下几种观点：东北师范大学资深教授史宁中在《数学基本思想 18 讲》中提到：“数学教学的最终目标，是要让学习者会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言表达现实世界。而数学的眼光就是抽象，数学的思维就是推理，数学的语言就是模型。”“数学主要依赖的是逻辑思维，具体体现就是逻辑推理。人们通过逻辑推理，理解数学研究对象之间的因果关系，并且用抽象的术语和符号描述这种关系，形成数学的命题和运算结果，促进数学内部的发展。”“推理是对命题的判断，是从一个命题判断到另一个命题判断的思维过程。所谓有逻辑的推理，是指所要判断的命题之间具有某种传递性，更形象地说，就是有一条主线能把这些命题串联起来。基于上面的述说，本质上只有两种形式的逻辑推理，一种是归纳推理，一种是演绎推理。”^[5]上海市数学特级教师曹培

英认为：“推理的本质功能在于推出新结论、生成新知识，没有推理，就没有真正的数学学习。”“推理能力可以解释为顺利完成推理的个性心理特征”。^[6]

《义务教育数学课程标准（2011）版》将“推理能力”作为数学教学的重要内容之一，认为：“推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式。”“推理能力的发展应贯穿在整个数学过程中”，并在“数学思考”的课程目标中明确要求：在参与观察、实验、猜想、证明、综合实践等数学活动中，发展合情推理和演绎推理能力，清晰表达自己的想法。学习数学就是要学习数学推理。具有一定的推理能力是培养学生数学素养的重要内容，也是数学课程和课堂教学的重要目标。^[7]

显然，将学者的不同观点和课程标准的相关解释结合起来，我们对推理能力的内涵获得如下一些较为具体的认识：第一，推理是一种思维活动。推理能力的发展应贯穿于整个数学学习、生活以及今后的工作过程中。第二，推理一般分为合情推理和演绎推理。就小学生而言，发展推理能力的途径就是参与观察操作、猜想验证、证明结论等活动，推理能力表现为富有逻辑的思维过程和清晰的数学表达。第三，小学生是否具有好的推理能力，需要结合具体的问题情境进行考察——不仅要看他们在具体问题情境中，是否能够通过观察、操作、计算获得数学发现并能清楚表达，还要看他们在变式的情境中，是否能够依据定义（规则）进行稍复杂的推理并有条理得表达思考过程等。

二、逐步发展推理能力的价值

毫无疑问，引导学生逐步培养推理能力，有助于他们更加充分地理解数学知识，更好地利用推理进行观察猜想，再利用举例验证猜想，最后归纳数学发现，获得结论。除此之外，引导学生在数学学习过程中逐步发展推理能力，至少还有如下几方面的价值。

第一，有助于学生提高解决问题的能力。

在解决问题的过程中，都需要推理能力。通过有根有据，有条有理地推理，可以准确找到解决各种数学问题的方法。具备良好的推理能力是人们进行有根有据、有条有理地推理的必要条件。在解决问题的过程中，既掌握了解决问题的策略，还发展了推理能力，进一步丰富了解决问题的数学活动经验。

第二，有助于学生提高数学思维能力。

课程标准指出：“推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式”“在解决问题的过程中，两种推理的过程虽然不同，但是两者相辅相成。合情推理用于探索思路，发现结论；演绎推理用于证明结论。”小学生通过合情推理发现数学规律、形成数学概念，从而构建数学知识体系，又通过演绎推理解决问题，两者在不同的环节扮演者不同的角色，共同促进思维的发展。

第三，有助于学生提高数学表达能力。

数学表达的核心是数学推理,而数学推理支持数学表达。从数学教育的视角出发,学生数学表达的过程中,体现着学生运用逻辑性数学语言进行交流的能力,本质就是学生逻辑思维的外显。相同地,通过对数学推理的相关文献分析发现,对学生数学推理的评价指标中,明确要求“清晰地表达自己的想法”甚至“批判他人的推理过程”,本质上是数学推理的交流、表达能力的要求。发展推理能力,利于学生有根据有条理地表达数学思考过程,提高数学表达能力。

第四,有助于推动数学的发展。

推理不仅促进人的发展,同时促进数学的发展、推动科学的发展。许多专家学者都给出了这样的论断。史宁中教授认为:数学具有逻辑性,从假设前提出发,通过推理得到数学的结果,推理促进了数学内部的发展。特级教师曹培英认为:推理的本质功能在于生成新结论、推出新知识,因而它是如此重要。我们可以这样说,没有推理,就没有今天的数学,同样可以说,没有推理,就没有真正的数学学习。

三、发展学生推理能力的基本策略

推理能力不是一蹴而就的,能力的形成是一个长期的、循序渐进的过程。能力的发展不同于知识与技能的理解和掌握,能力的形成既不是学生明白,也不是学生会运用了,而是学生自己感悟出数学知识技能中的原理、思想或方法。因此,在教学过程中,既要重视演绎推理,也要重视合情推理,要重视引导学生经历完整的推理过程,发展学生的推理能力。教学时,可采取如下几方面的策略。

1.理解知识,奠定推理基础。

根据心理学的研究可知,学生对推理过程中所涉及的数学知识本身的理解程度直接影响着推理结论的正确与否。因为任何推理问题都是由推理形式和推理内容两方面构成的,所以不存在只有形式、没有内容的推理。由此可以得出:要想培养学生推理能力,加强数学知识,加强数学本质的理解,是不可或缺的;反之,推理能力的提高,也能促进学生对数学知识的进一步理解。

2.鼓励猜想,形成推理能力。

《义务教育数学课程标准(2011)版》中提出:引导学生通过观察、尝试、估算、归纳、类比、画图等活动发现一些规律,猜测某些结论,发展合情推理能力。猜想是一种断断续续的点状的创造性思维,在学生学习数学的过程中,通常利用自己已有认知结构和经验,直接进行有向的观察、猜测与判断。他们对事物充满好奇,敢于猜测,勇于表达,喜欢问问题,这有利于提出数学猜想,但是他们的思维正处于形象向抽象过渡的过程中,有时天马行空的想法脱离数学事实。因此,教师应当引导学生以事实、经验为基础,由特殊到一般,发现问题、提出问题,大胆猜想。

如:苏教版数学六年级下册第20页《圆锥的体积》

师:我们认识了哪些立体图形,分别研究了它们的哪些知识?

生:我们已经认识长方形、正方体和圆柱,先认识了这些立体图形的特征,接着研究它们的表面积和体积。

师:这些立体图形的体积分别怎样计算?

生:长方形的体积=长×宽×高 正方体的体积=棱长×棱长×棱长

圆柱的体积=底面积×高 它们都可以用底面积乘高来计算体积。

师:今天我们要研究圆锥的体积公式,你打算怎样研究?

想一想,圆锥的体积会和什么有关系?

生:底面积、高。因为前面我们学过的立体图形的体积都和底面积有关系,所有我觉得圆锥的体积也和底面积、高有关系。

师:有道理的一个猜想。圆锥的体积你打算怎样推导?

生:割补转化成长方体、正方体或圆柱。

生:可以通过倒水或倒沙子的方法把圆锥转化成圆柱。

师:好主意,对圆柱和圆锥你有什么想法?

生:要等底等高。

在此基础上,教师给出等底等高的圆锥、圆柱和长方体,让学生自主实验。实践证明,有了这些猜想和思辨,实验不再盲目、被动,加强合情推理的环节,不仅能发展学生推理能力,而且为学生展开数学研究的提供重要动力。

3.启发说理,明晰推理途径。

数学教学中,不仅有用概念、法则、公式、性质为依据说明发现,揭示结论,还有以生活经验或尝试为依据,说明发现或解释结论。

《比一比》这节课,教材中有着大量的、密集的推理。通过在例题、练习中呈现问题情境,学生依据生活经验,在充分观察、想象、联想的基础上,体会比较的方法,培养比较、表达能力。学生的说理即演绎推理的依据,其中“如果站在平地上”、“如果男生站起来”、“瓶子越粗水越多,瓶子越细水月少”等对学生来说,是生活经验的自然应用,是学生自发地使用演绎推理,对学生而言,则是一种“常识”。一年级是推理能力培养的启蒙阶段,启发学生大胆说理,是初步培养学生推理能力的主要手段和基本途径。

4.利用直观,架起推理架桥。

在我国,合情推理这一概念引进的时间并不长,但事实上,苏教版教材中从一年级开始就有很多关于合情推理的内容。小学生思维特点是以形象思维为主,逐步过渡到以抽象逻辑思维为主。抽象逻辑思维,这一阶段的学生理解概念的能力都有明显的提高,但是这时他们理解事物仍然需要具体事物的支持,对那些不存在的事物或从来没有发生过的事情还不能进行思考,在很大程度上仍然与感性经验相联系,仍然需要具体形象的支撑。与演绎推理相比较来说,合情推理更多地依靠直观形象与感性经验。因此,小学生的思维特点,决定了在小学数学教学中培养推理能力应当充分利用直观。

很多情况下,学生的数学结果是通过观察看出来的,通过观察后的判断是一种直观判断。学生形成概念、发现问题、解决问题都需要与他们熟悉的物体或场景相联系,通过观察与生活相联系的情境从而发现数学本质,使抽象的数学发现与表达得以外显,为培养推理能力带来其他数学内容无法比拟的直观优势。

总之,学生推理能力的发展不是短时间能形成的,不像一般数学知识和技能那样,通过一节课的时间就能收到明显的效果,而是需要在长期的教学中有意识地进行渗透和培养;同时还要注意不同教学内容、不同活动形式有机结合,使学生有机会从不同角度丰富体验、加深感悟。只有这样,学生的推理能力才能逐步得以发展,并在此基础上最终内化为一种基本的数学素养。

参考文献:

[1]中华人民共和国教育部制定,义务教育数学课程标准(2011年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2012
 [2]合情推理在小学数学教材中的呈现研究——以“苏教版”教材为例,王雪晶,[学位论文],2015
 [3][美]美国国家研究委员会,人人关也数学教育的未来——关于数学教育的未来致国民的一份报告[M].世界图书出版公司,1993