

关于狭义相对论中双生子佯谬的一点理解

◆王金龙 郭志超

(河南省新乡市新乡学院 物理与电子工程学院)

爱因斯坦根据两条基本假设:相对性原理和光速不变原理给洛伦兹变换赋予了新的意义。其中光速不变原理,即真空中在不同的惯性参考系测得的光速是一个定值,已被大量的实验观察和事实确定。如图1所示,两个惯性参考系在 $t=0$ 时刻坐标轴是对齐的, $O-XYZ$ 称为 S 系, $O'-X'Y'Z'$ 称为 S' 系,其中 S' 系沿 X 轴以速度 v 匀速直线运动。

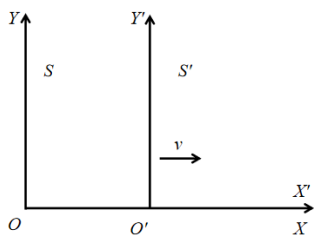


图1

两个惯性参考系之间的时间空间坐标关系——洛伦兹变换如下:

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (1)$$

$$y' = y \quad (2)$$

$$z' = z \quad (3)$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (4)$$

对于两个物理事件,由(1)(4)两式可得到两个物理事件的空间间隔和时间间隔在两个惯性系之间的关系,即下面(5)(6)两式。

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1 - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad \text{即}$$

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (5)$$

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad \text{即}$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (6)$$

根据(5)(6)两式又可以推出相对论的空间效应和时间效应,即运动方向尺寸收缩和运动的时钟变慢,(5)式中令 $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$,也就是在 S 参考系同时测出坐标 x_2, x_1 得出的 S 参考系中测出的两端点的距离 $L = \Delta x$, L' 是相应 S' 参考系中两端点的距离 $\Delta x'$,即(7)式;(6)式中的逆变换为 $\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$,令 $\Delta x' = 0$,则 $\Delta t'$ 表示的就是在 S' 系同一个地点先后发生的两件事的时间间隔,即(8)式子。

$$L = L' \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} \quad (7)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad (8)$$

其中,(7)式中, L' 是运动参考系中物体的长度,运动参考系 S' 中待测物是静止的,该长度称为原长。在 S 参考系中,

待测物是处于运动的,测量的长度 $L < L'$,也就是变短了。这里需要先介绍以下原时的定义:在某参考系测得的该参考系中同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔叫做原时。(8)式中, $\Delta t'$ 是原时。在 S 参考系来看,这两件事的时间间隔 $\Delta t > \Delta t'$ 。这也就是说运动参考系中的时钟变慢了(钟慢效应)。也可以这样想象, S 系中和 S' 系中各有一块手表,一开始两块手表是对准的, S' 系中的手表随着 S' 系以速度 v 匀速直线运动,人处于 S 系中看 S 系中的手表,如果过了5分钟,那么人去看 S' 系中的手表,发现 S' 系的手表只过了3分钟。 S' 系(运动参考系)中的时钟慢了,或者说 S 系中的时间膨胀了。(7)(8)两式总结一下就是原长最长,原时最短。

这种结论看起来不可思议,简直是天方夜谭。事实上,这种结论被证实过,是真实存在的。1971年,美国海军天文台把四台铯原子钟装上飞机从华盛顿出发,分别向东和向西作环球飞行。结果发现,向东飞行的铯钟与停放在该天文台的铯钟之间读数相差59纳秒,向西飞行时,这一差值为273纳秒。虽然在这次试验中没有扣除地球引力所造成的影响,但测量结果表明,运动参考系 S' 中的时钟确实慢了。运动参考系中的时钟慢了也就意味着运动参考系中的一切过程都变慢了,比如心跳,化学反应等。

有了以上讨论,下面我们引入相对论中的一个著名的双生子佯谬。这个佯谬是相对论诞生初期,法国物理学家郎之万提出来的。该佯谬说,有双胞胎兄弟A(哥哥)与B(弟弟),弟弟一直生活在地球上,哥哥乘飞船作太空旅行,飞船的速度接近光速并飞行很长一段时间,到达目的地后哥哥再以接近光速的速度返回地球。最后去比较哥哥和弟弟谁更年轻些。以弟弟的眼光来看,哥哥乘坐飞船高速飞行是处于运动参考系 S' 中的,哥哥经历的时间要小于自己经历的时间。因此哥哥要年轻些。然而以哥哥的眼光来看,自己没有动,弟弟所在的地球以接近光速的速度远离自己,(返航时,弟弟所在的地球以接近光速的速度靠近自己),弟弟处于运动参考系 S' ,弟弟所经历的时间要小于自己经历的时间,因此弟弟要年轻些。那么哥哥和弟弟到底谁年轻一些?如果相对论是正确的,那么怎么能同时得出两个相背的结论?这就是著名的双生子佯谬。该佯谬是P.朗之万用于质疑狭义相对论的时间膨胀效应(钟慢效应)而提出的一个假设。

相对论和量子力学是现代物理的两大基石。它们的正确性已经由大量的实验事实加以肯定。下面我们就基于狭义相对论来解释一下双生子佯谬到底谁更年轻一些这个问题。

首先我们对这个问题加以简化以及具体化,假设哥哥乘坐的飞船不需要经历加速和减速的过程,如图2所示,地球和未知星球相距10光年,设地球为 S 系,去时坐飞船为 S' 参考系,回来时坐飞船为 S'' 参考系,飞船的速度 $v=0.99c$ 。整个过程可看成三个事件。事件1: $t_1=t'_1=0$,哥哥跳上 S' ;事件2:哥哥到达未知星球,并立刻跳上 S'' ;事件3:哥哥返回地球。最后的问题是去比较哥哥和弟弟看到的1、3事件的时间间隔 $\Delta t' = t'_3 - t'_1$ 和 $\Delta t = t_3 - t_1$ 。 S 系中弟弟看到1、3事件的时间间隔为 Δt ,则1、2和2、3的间隔均为 $\Delta t/2$;哥哥看到1、3事件的时间间隔为 $\Delta t'$,则1、2和2、3的间隔均为 $\Delta t'/2$ 。 $\Delta t'$ 是哥哥在 S' 和 S'' 系看到1、3事件的时间间隔是原时。故根据(8)式的关系有 $\Delta t < \Delta t'$,哥哥经历的时间要短一些。短了多少?以弟弟的眼光来看,哥哥从地球到未知星球需要的时间为(1、2事件的时间间隔) $t=L/v=10c/0.99c=10.101$ 年。哥哥那里的时钟处于运动参考系中,时钟变慢,经过的时间根据(8)式计算得到1、2两事件的时间间隔 $t'=1.425$ 年。以哥哥的眼光来看,哥哥

看到的是自己静止，而长度为 $L=10$ 光年的‘尺子’以速度 v 运动，因此两星球之间的距离根据（7）式只有 $L'=1.411$ 光年，哥哥到达未知星球的时间 $t'=L'/v=1.425$ 年。这与弟弟眼中哥哥的时间间隔是一致的。虽然哥哥认为地球以高速远离自己，弟弟处于运动参考系中，但事件 1、2（事件 1 哥哥离开地球，事件 2 哥哥到达未知星球）相对于弟弟来说不是发生在同一地点的两件事，因而不是原时，这两个事件的时间间隔相对于哥哥来说是发生在同一地点的两件事，因而是原时，原时总是最短。运动参考系中的时钟变慢这没有错，哥哥确实是发现弟弟所在的运动参考系时钟变慢，但与当前所需要讨论的问题无关：求事件 1、2 或 1、3 的时间间隔。

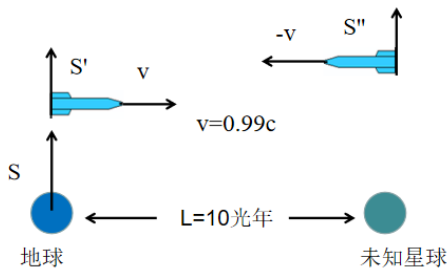


图 2 双生子佯谬问题简图

我们再来详细分析一下整个事件的过程。设想地球、未知星球和飞船上都装有互相看得见的钟表，并且哥哥于公元 2000 年出发。如表 1 所示，事件 1，哥哥出发时将三者的时刻对齐为公元 2000 年，但是需要注意，此时哥哥和弟弟看到未知星球上钟表的刻度指向的是公元 1990 年，这是由于这是未知星球上钟表于 10 年前发出的光。哥哥的飞船起飞后，哥哥就发现虽然地球和未知星球的时钟都变慢了（钟慢效应）但地球和未知星球上钟表的示数变化正好相反，地球上的钟表变慢了，而未知星球的钟表快速的旋转着，这是由于地球远离自己运动而未知星球靠近自己运动。事件 2，当哥哥到达未知星球时，弟弟发现自己的钟表显示公元 2010.101 年，未知星球上的钟表显示公元 2000.101 年，哥哥的时钟显示的是公元 1991.425 年；以哥哥的眼光来看，哥哥发现未知星球的钟表指向公元 2010.101 年，这也就意味着此

时此刻地球也是公元 2010.101 年，距离自己出发的时刻公元 2000 年确实已经过去了 10.101 年，但哥哥发现自己飞船上的钟表则显示的是公元 2001.425 年，也就是说哥哥在飞船上只度过了 1.425 年，此时哥哥看地球上的钟表显示的是公元 2000.101 年，这是由于哥哥看到的是地球 10 年以前发出的光。当哥哥返航时，哥哥发现未知星球上的钟表变慢，而地球上的钟表变快，同样，弟弟看到哥哥飞船上的钟表也在变快。事件 3，当哥哥返回到地球时，地球上的钟表指向公元 2020.202 年，弟弟发现哥哥的钟表指向公元 2002.850 年，未知星球的钟表指向 2010.202 年。对比哥哥和弟弟的钟表，会发现确实哥哥更年轻了，且年轻了 17.352 年。

表 1 哥哥和弟弟在三个事件看三个钟表的示数。

	地点	事件 1	事件 2	事件 3
弟弟	地球	2000	2010.101	2020.202
	飞船	2000	1991.425	2002.850
	未知星球	1990	2000.101	2010.202
哥哥	地球	2000	2000.101	2020.202
	飞船	2000	2001.425	2002.850
	未知星球	1990	2010.101	2010.202

到这里我们就明白了双生子佯谬的症结所在，它是把相对论中运动时钟的延缓效应用在了不同的物理事件间隔。对于不同的物理事件间隔弟弟去看哥哥与哥哥去看弟弟时，对方都是处于运动参考系，运动时钟确实延缓。例如，弟弟在地球上种花，从播种到开花所需要的时间间隔就是原时例如需要 0.3 年，在飞船上的哥哥去测量这个时间间隔根据（8）式计算得 2.13 年。同样如果哥哥在飞船上种花的时间间隔为 0.3 年，弟弟测量的时间间隔也是 2.13 年。但对于双生子佯谬中所需要讨论的两个物理事件的时间间隔，即事件 1 哥哥出发，事件 2 哥哥到达未知星球这样两个物理事件的时间间隔，对于哥哥来说这是原时，对于弟弟来说不是原时，而根据狭义相对论原时最任何参考系中都是最短的。最后，我们再一次强调原时的定义：在同一个地点先后发生的两个物理事件的时间间隔称为原时。