“1”在中职数学解题方法中的应用

魏娇娇

（晋城技师学院，山西 晋城 048000）

摘要：新的数学课程标准中明确了数学学科核心素养是数学知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观念的综合表现。“1”从表象到本质在数学的不同章节中都有不同的转化应用体现，但无论是哪种形式的转化都能充分体现化归思想的简单化、熟悉化、直观化、和谐化、正难则反等原则，从源头上解决职高学生解题过程中思维局限、计算复杂、逻辑不清、分析问题不够严谨等弊端。本文分别从以下四个方面：直观化“1”的表现、和谐化“1”的体现、简单化“1”的构建、反向化“1”的应用对“1”在解题中应用进行阐述。

关键词：换元划归；构建；转化；数学思想；核心素养

一、新课标要求

新的数学课程标准中明确了数学学科核心素养是数学知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观念的综合表现。通过实践我们发现这些隐形的核心素养的形成往往需要师生课上课下灵活应用所学知识解决同类或相似问题的总结中才可获得。“1”在高中数学中是一个既简单又复杂的数字，简单在于它的一般形式，复杂在于它在不同章节知识点中不同的表现意义。对于它的巧妙应用，往往在具体计算或者分析中起到事半功倍的效果。通过各种不同形式的“1”的应用，不仅能锻炼学生的思维，提高学生分析问题、解决问题的能力，同时可以让学生体验数学学习的乐趣，感受数学学习方法对于我们知识获得的重要性。更重要的是，化繁为简的巧妙解法不仅提高他们自主探索学习的积极性，而且学会用数学眼光观察世界，用数学语言表达世界观表现出的思维品质。

二、数学思想和数学方法的重要性

数学思想是对数学本质的认识，是对具体数学内容的深化。能用转化的方法灵活处理解题过程中所遇到的复杂问题，对我们个人数学知识的内化起到至关重要的作用。故对数学思想和数学方法的掌握程度决定了数学解题能力的高低。“1”从表象到本质在数学的不同章节中都有不同的转化应用体现，但无论是哪种形式的转化都能充分体现化归思想的简单化、熟悉化、直观化、和谐化、正难则反等原则，从源头上解决职高学生解题过程中思维局限、计算复杂、逻辑不清、分析问题不够严谨等弊端。

三、四个“1”的体现

（一）直观化“1”的表现

语言直观，化抽象为形象，图形和符号直观，显露思维过程，促进学生对数学知识、数学概念的本质理解，增强学生问题解决能力，提升思维品质。职高数学不同章节中对“1”都有特殊的定义，学习的时候一定要究其本质准确应用。

1. 单位向量 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$ 的应用我们应该紧扣定义，准确应用公式及符号表示。既然是直观化的表现我们一定要强调学生对于书写规范及基本计算能力的考查。

2. 在不同的进制转化中 1 代表的意义不同，并不是所有的“1”都代表十进制中的最小自然数 1。当然同一进制下“1”放在不同位置上也都代表对应数位一个单位的权展开。

例 1：（1）$(100.01)_2$ 转化为十进制数为 4.25。

解析：$(100.01)_2=1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0+0\times2^{-1}+1\times2^{-2}=4.25$

另外“1”在职高数学很多章节中都有分界点值的重要作用，除了是指数、对数函数的单调性参变量的分界点值以外，在圆锥曲线的性质研究中也有很重要的区分作用，不同曲线的离心率的取值范围不同，这在我们做选择题时第一步定性分析中起到关键作用，准确的参量运用可使我们考试做小题时事倍功半。

例 2：下列函数在定义域内为增函数的是（　　）

A、$y=x^{\frac{1}{2}}$ B、$y=\log_{\frac{1}{2}}x$ C、$y=2^{-x}$ D、$y=\frac{1}{x}$

解析：首先要对所有选项的形式对照基本初等函数的定义结构进行等价转化，则 C、$y=2^{-x}=\left(2^{-1}\right)^x=\left(\frac{1}{2}\right)^x$；D、$y=\frac{1}{x}=x^{-1}$。

其次对四个选型进行函数归类，BC 考查指对函数的单调性（当 $\begin{cases}0<a<1,\text{单调递减}\\ a>1,\text{单调递增}\end{cases}$），AD 考查幂函数的单调性（在第一象限内 $\begin{cases}a<0,\text{单调递减}\\ a>0,\text{单调递增}\end{cases}$，）由此可判定只有 A 选项正确。

（二）和谐化“1”的体现

“和谐化”是重要的转化策略，面对一道数学题，设法对问题的条件或者结论进行变形，使其数或形的表现形式更加适当匀称，各量之间的配合更加和谐，使其推演有利于运算。数学讲究和谐美、简洁美，研究某一对象往往需要我们在条件相当的前提下对个别不同因素做针对性研究。这就要求我们常常需要在变化中找不变或者在不同下化相同，在形态类似的结构中再做具体性质考查。职高数学对函数单调性性质研究时常出现底不同、形有异等干扰形态，这就需要我们首先灵活运用灵活应用 $a^0=1$,（$a\neq0$），特殊对数 $\log_a a=1$，$\log a1=0$ 等定点（值）在不同底的数（式子）之间进行和谐形态的转化。

例 3.（比大小）$2^{2.5}$，2.5^0，$\frac{1}{2}^{2.5}$；

分析解法：灵活应用“1”的多变性，使 $1=2.5^0=2^0=\frac{1}{2}^0$；

先根据指数函数的单调性比较 $2^{2.5}>2^0=1$，再比较 $\frac{1}{2}^{2.5}<\frac{1}{2}^0=1$，

这样就借助“1”的桥梁作用让三个值在两组指数函数中比较大小，从而确定 $\frac{1}{2}^{2.5}<2.5^0<2^{2.5}$。

（三）简单化“1”的构建

面对复杂问题我们总希望简单解决，这是我们就需要抓住表象看本质，如何统一对称，如何有效衔接已知和问题，如何让变量简化等是我们常需注意的几点。化繁为简不仅仅在于形更得考虑质。数学逻辑思维的形成很重要的途径就是知识获取和解决问题的过程中，面对一些看似复杂的算式和问题，恰当换元找到问题突破口使得问题简化是我们惯用策略。“1”在职高数学中就扮演很重的“换元”角色，“$1=\lg10=\lg2+\lg5$”“$\tan45^\circ=1$

”“$a\cdot\frac{1}{a}=1$”等一些常用的简单化“1”构建让我们很好的从过程中体会方法的重要性，形成探索学习的意识，强化“选择比努力更重要”的观念。

例 4. 计算 $(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\lg 50$

分析：巧妙的构建“1”的常用对数，合理利用对数应用法则及数学公式可有效对于一些常用对数综合计算进行化简合并。

$$\begin{aligned}
\text{原式}\ &=(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\lg\left(2\cdot 5^2\right)\\
&=(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\left(\lg 2+\lg 5^2\right)\\
&=(\lg 5)^2+\lg 2\cdot(\lg 2+2\lg 5)\\
\text{解：}&=(\lg 5)^2+(\lg 2)^2+2\lg 2\cdot\lg 5\\
&=(\lg 5+\lg 2)^2\\
&=(\lg 10)^2\\
&=1^2\\
&=1
\end{aligned}$$

例 5：已知 $x\neq 0$，求 $1\text{-}x^2-\frac{16}{x^2}$ 的最大值，并求相应的 x 的值。

分析：原式可化为 $1\text{-}\left(x^2+\frac{16}{x^2}\right)$，故需求 $\left(x^2+\frac{16}{x^2}\right)$，即 $x^2+\left(\frac{4}{x}\right)^2$ 的最小值。注意到 x 与 $\frac{4}{x}$ 的积是一个常数，可用基本不等式求解。应用 $a^2+b^2\geq 2ab(a,b\in R)$ 或其推论，求某一式子的最值，需满足 $a+b$ 或 ab 是一个常数。特别是 a 与 b 互导时，积的常数为 1 巧妙地应用使变量消失，成功达到变量式子到常数值的转化。

解：原式 $=1\text{-}\left(x^2+\frac{16}{x^2}\right)$

$\because x^2+\frac{16}{x^2}\geq 2x\cdot\frac{4}{x}=8$

$\therefore$ 当 $x=\frac{4}{x}$，即 $x=\pm 2$ 时，$\left(x^2+\frac{8}{x^2}\right)_{\min}=8$

故原式的最大值为 1–8=–7

（四）反向化“1”的应用

逆向思维的培养往往成为我们解决某些难题的关键，方向决定效率，在多元文化的现代教育环境下学生发散思维的形成不能只是方法单一的灌输，我们要让他们在解决问题的过程中学会分析对比论证，一题多解是常用的方法，同时在学习的过程中建立辩证思维更是我们教学要关注的重点。故“反向”包含借助对立面求解概率问题和巧妙借用基本关系式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 等“1”的恒等形式配凑结构的由简借繁等解题方法。

例 6：袋中有 6 个球，其中 4 个白球，2 个红球，从中任取两个球，求：

（1）两个球都是白球的概率；

（2）两个球中至少有一个红球的概率；

解析：此题考查随机事件概率 $P(A)=\frac{m}{n}$，任取两个球的基本事件总数为 $n=C_6^2$，（1）从 6 个球中任取两个球都是白球的基本事件数为 $m=C_4^2$，（2）两个球中至少有一个红球，可考虑其对立面，利用 $p\left(\overline{A}\right)=1-p(A)$ 得到。故：

（1）$p=\frac{C_4^2}{C_6^2}=\frac{2}{5}$；（2）法一：$P=\frac{C_2^1C_4^1+C_2^2}{C_6^2}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$；法二：$p=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

例 7.（求值）已知 tanα=–4

求（1）$\sin^2\alpha$；（2）3sinαcosα；

解法分析：巧用“1”构建等量分式，都除以 $\sin^2\alpha+\text{co}^2\alpha=1$，变形式子可得：

解：（1）$\sin^2\alpha$（2）$3\sin\alpha\cos\alpha$

$$=\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{(-4)^2}{(-4)^2+1}=\frac{16}{16+1}=\frac{16}{17}$$

$$=\frac{3\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{3\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{3\times(-4)}{(-4)^2+1}=\frac{-12}{17}$$

由此可见，无论是哪种形式的“1”的应用，无不体现换元法解题的巧妙之处，验证了化归思想对于数学教学解题的帮助。不一定“1”是题中明确告诉的，也许需要我们结合章节知识综合分析，有时需要我们无中生“1”，有时反其道行“1”，最后发现柳暗花明又一村。

（四）“1”的应用总结

简单而平凡的“1”在我们数学中扮演着举足轻重的重要，不仅是我们解题的法宝钥匙，更是我们数学思想获得的关键词。在各章知识学习的过程中，“1”有时是知识的基本单位，我们需要知其形明其意；“1”有时是研究性质的关键识别点值，我们要合理借助它建立章节内容网状图建立学习脑图以便对应知识的明了；“1”有时是我们解决问题的重要桥梁，时而无中生有构建“1”，时而显中需隐替换“1”，我们要对问题的本质常做反思总结，形成自我认知和能力塑造。总之，无论是哪种形式的“1”的转化应用都能充分体现化归思想的简单化、熟悉化、直观化、和谐化、正难则反等原则，方便我们从容面对同一题型的转化及不同题型的划归整理。合理使用“1”的各种转化，让我们在潜移默化中学会用数学眼光观察世界，用数学语言表达世界观表现出的思维品质。

参考文献：

[1] 李武 . 感受“1”的魅力培养核心素养 [J]. 科教文汇（中旬刊），2021（01）.

[2] 郑培珺 .“1”在数学解题中的变通应用 —— 基于数学思想方法的思考 [J]. 中学数学月刊，2019（02）.

[3] 姜剑峰 . 中职数学函数教学中数学思想方法的渗透实践分析 [J]. 新智慧，2018（15）.

[4] 赵盼盼 . 数学中“1”的妙用 [J]. 数理化解题研究，2018（10）.

[5] 叶剑飞，李剑锋 . 数学中“1”的巧用 [J]. 数学学习与研究，2016（10）.