

问题驱动架构下数学概念教学的设计与思考

——以《反比例函数》教学为例

梁任华

(茂名市博雅中学, 广东 茂名 525000)

摘要: 数学概念是人类智慧的结晶。笔者以“反比例函数”概念的教学为例, 基于问题驱动法的视角设计教学活动, 引导学生通过问题去理解反比例函数概念的本质属性, 生成概念系统, 体验概念的价值, 在深度学习的同时, 培养学生的问题意识和思维能力等。

关键词: 问题驱动; 反比例函数概念; 本质

一、研究背景

《义务教育数学课程标准(2022年版)》指出:“核心素养具有整体性、一致性和阶段性, 在不同阶段具有不同表现。小学阶段侧重对经验的感悟, 初中阶段侧重对概念的理解。”数学概念是对特定事物的本质特征的高度概括和提炼, 是核心素养的要素。函数的概念是初中数学的核心概念, 它是比较抽象的概念, 学生不可避免会有所遗忘, 因此在学习反比例函数概念时应当对函数的一些相关知识要进行适当的复习。其次, 对于反比例函数概念的学习, 许多学生仅仅是机械记忆, 模仿练习, 缺乏对概念本质的理解, 因此在解决问题时不能举一反三。

在初中数学教学中, 教师应以问题为导向, 通过探索帮助学生积累经验, 建构知识体系, 提升素养。关注反比例函数的实际背景, 从学生经验出发创设情境, 设置问题, 引导学生通过观察、比较、归纳等活动, 逐步抽象概念并找到本质属性。

二、基于问题驱动法视角下的教学设计

(一) 教学内容分析

函数是在探索具体问题中数量关系和变化规律的基础上抽象出来的数学概念, 是研究现实世界变化规律的重要内容和数学模型。学生曾在七年级下册和八年级上册学习过“变量之间的关系”和“一次函数”等内容, 对函数已有了初步的认识, 在此基础上讨论反比例函数, 可以进一步领悟函数的概念并积累研究函数性质的方法及用函数观点处理实际问题的经验, 为后续学习二次函数等产生积极的影响。

(二) 教学主要环节

环节一: 创设情境 提出问题 问出概念本源

情境一: 小明家到电影院有 3000 米, 他从家去电影院全程所用

时间(分)随着平均速度(米/分)的变化而变化。

问题 1: 这里有几个量? 常量是什么? 变量是什么?

问题 2: 你能用含有的代数式表示吗? ($t = \frac{3000}{v}$)

问题 3: 小明可以选择步行、搭公交车、骑共享单车、骑摩托车和小轿车的方式前往, 具体速度(米/分)如下表所示, 请你利用问题 2 中的关系式补全下表中的 t 。

	步行	公交车	共享单车	摩托车	小轿车
速度(米/分)	100	300	400	750	1500
时间(分)					

问题 4: 随着平均速度的增加, 全程所用时间发生了怎样的变化?

问题 5: 给定变量的值, t 都有唯一确定的值与它对应吗?

问题 6: 时间是速度的函数吗? 为什么?

问题 7: 时间是速度的一次函数吗?

设计意图 学完一次函数一年后, 学生遗忘函数概念, 需课前复习。直接提问耗时长, 故采用熟悉情境和问题串细化复习, 学生易答。设置问题串的目的主要是为了问题 6 做铺垫, 在问题中感受函数定义中的三个要素: 一种变化关系; 两个变量; 对一个变量, 另一个变量有唯一确定的值与之对应。问题 7 引入新知, 新旧冲突激发学生思考讨论, 帮助学生形成主动学习的动力。

情境二: 小明在国庆假期为了方便出行, 选择骑摩托车去电影院。小明出发前, 先去加油站把油加满, 已知摩托车的油箱为 7 升, 路程中平均每千米耗油量为 0.02 升, 那么油箱剩余的油量 Q (升)与行驶路程 x (千米)存在着什么样的函数关系式?

情境三: 小明去电影院看电影《坚如磐石》, 电影票价为 40 元/张, 如果将票房收入记为 y (元), 卖票数记为 x (张), 那么票房收入 y 与卖票数 x 的函数关系式是什么?

情境四: 看完电影后已是晚上, 小明骑摩托车行驶需要开灯。已知车前灯电路上的电 $U=12V$ 保持不变, 那么通过灯泡的电流 $I(A)$ 和灯泡的电阻 $R(\Omega)$ 的函数关系式是什么?

设计意图 本环节的四个情境问题是根据交通出行方式而设置出来的, 具体的生活事例让学生感觉亲切、自然, 感受到函数是反映现实生活的一种有效模型, 利用生活经验很容易解决这些问题。这些问题答案涉 $t = \frac{3000}{v}$, $Q = 7 - 0.02x$, $y = 40x$, $I = \frac{12}{R}$ 及不同类型的函数, 有学过的一次函数、正比例函数, 还有本节课将要学习的反比例函数。这样的设计一方面很好地激发了学生的学习热情; 另一方面准确定位学生的知识生长点, 为引入新函数的学习埋下伏笔。

环节二: 循序渐进 抽象概念 问出概念定义

1. 强化模型

问题 8: 一个矩形的面积为 20cm^2 , 相邻的两边长分别为 $x\text{cm}$ 和 $y\text{cm}$, 那么变量 x 关于变量的函数关系式为 _____;

问题 9: 某村有耕地 346.2hm^2 , 人口数量逐年发生变化, 那么该村人均占有耕地面积($\text{hm}^2/\text{人}$)与全村人口数的函数表达式为 _____。

设计意图 通过前面情境一到四的交流, 再到两个填空问题得到函数表达式 $y = \frac{20}{x}$, $m = \frac{346.2}{n}$ 。以构建互动、和谐的课堂气氛为依托, 进一步丰富学生对反比例函数的感性认识, 让学生充分感受到数学来源于生活, 体会学习数学的重要性。

2. 形成概念

问题 10: 这些函数关系式 $t = \frac{3000}{v}$, $I = \frac{12}{R}$, $y = \frac{20}{x}$, $m = \frac{346.2}{n}$ 是我们之前学习过的一次函数、正比例函数吗? 它们有什么共同特征?

问题 11: 能否用一个统一的函数关系式把它们表达出来?

问题 12: 对于 $y = \frac{k}{x}$ 里面的有没有要求? 为什么不能等于 0?

问题 13: 你能类比于一次函数, 归纳出反比例函数的概念吗?

问题 14: 你能说出自变量和函数的取值范围吗?

设计意图 学生通过自主探究, 归纳出 4 个函数共同点, 抽象出反比例函数形式, 并定义概念。问题串引导学生观察、比较、分析、归纳, 从感性到理性认识, 突出重点。此过程锻炼学生观察、类比、归纳能力, 感受特殊到一般、符号化、抽象概括方法, 发展数学思维能力, 培养建模意识。

环节三: 辨析发现 诊断概念 问出概念本质

1. 深化概念

问题 15: 在下列函数表达式中, 均表示自变量, 那么哪些是反比例函数? 每一个反比例函数相应的值是多少?

① $y = \frac{0.1}{x}$ ② $y = -\frac{2}{5x}$ ③ $y = 1-x$ ④ $xy = 4$ ⑤ $y = \frac{x}{3}$ ⑥ $y = 2x^{-1}$

设计意图 在学生对反比例函数的概念认识还不够深入的情况下, 引导学生抓住概念的本质, 通过辨别反比例函数解析式不同形式 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$), $xy = k$ (k 为常数, $k \neq 0$), $y = kx^{-1}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 来巩固落实、深化概念, 对反比例函数从表象认识上升到本质认识, 理解反比例函数的本质特征是两个变量的积是常数 k ($k \neq 0$), 突破了难点。数学知识教学只有深层的“意义建构”, 而非表面的“形式模仿”, 才能促进学生的素养提升。

2. 走进生活

问题 16: 反比例函数在生活中的应用是非常广泛的, 你们还能说出生活中反比例函数的例子吗?

设计意图 让学生进一步感受反比例函数是一类反映现实世界特定数量关系的数学模型。在学生对反比例函数的本质认识的情况下, 利用已有的生活经验, 通过举例、说理、交流, 巩固反比例函数概念。

环节四: 拓展延伸 应用概念 问出概念内涵

问题 17: 下列函数① $y = x - 2$, ② $y = \frac{x}{3}$ ③ $y = x^{-1}$ ④ $y = \frac{2}{x+1}$, y 是的反比例函数的个数有 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

问题 18: 若 $y = (m+2)x^{m-5}$ 是反比例函数, 则的值为 ()

A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 无法确定

问题 19: 是的反比例函数。下表给出了与的一些值。

x		-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		3
y	$\frac{2}{3}$		2				-1	

(1) 写出这个反比例函数的表达式;

(2) 根据函数表达式完成上表;

问题 20: (变式练习) 根据表 1 中的数据判断是的什么函数。

表 1

x	...	-5	-3	-1	0	2	4	...
y	...	15	9	3	0	-6	-12	...

根据表 2 中的数据判断是的什么函数。猜想当扩大到原来的倍时, 将怎样变化? 如果缩小到原来的倍时, 又将怎样变化?

表 2

x	...	-4	-2	-1	1	2	4	...
y	...	2	4	8	-8	-4	-2	...

设计意图 四个问题通过不同的形式考察同一知识点, 旨在强

化反比例函数的概念。

环节五: 归纳小结 梳理知识 问出概念价值

1. 每日一思

学有所思 学有所悟 学有所获	
知识	
思想	
易错点	

2. 问题清单

(1) 什么叫作反比例函数? 反比例函数的本质特征是什么? 学习反比例函数有何意义?

(2) 你在认识反比例函数的过程中, 体会和运用了哪些思想方法? 碰到了哪些困难? 有何感触?

(3) 类比于研究一次函数的经验, 你认为反比例函数还应该研究什么?

设计意图 通过小结回顾本节课的研究内容和研究方法, 有助于让学生反思学习过程, 系统化认识反比例函数, 培养学生的问题意识, 与学过的知识建立联系, 完善知识体系, 促进数学思维的发展。

三、教学思考

章建跃博士认为, 当前数学教学的最大问题是教师对数学内容的理解不到位, 同时建议要深刻理解数学内容的本质, 为学生建构研究一个数学对象的“基本套路”, 设计系列数学活动。而在数学教学中的确经常; 存在重解题、轻概念的现象, 造成了数学概念与解题脱节, 甚至有些老师仅仅把概念看作是一个名词而已, 认为概念教学就是对概念作解释, 要求学生记忆。在概念的教学, 应该注重以下几个方面:

(一) 重视概念生成

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》指出: “强化对数学本质的理解, 关注数学概念的现实背景, 引导学生从数学概念、原理及法则之间的联系出发, 建立起有意义的知识结构。”首先, 整节课以生活情境引入, 通过引导性问题串处理新旧知识联系, 减少学习困难。接着, 利用生活情境引出函数关系式, 强调数学与生活的联系。最后, 引导学生分析、类比概念特征, 归纳共同属性, 体验概念的发现和形成过程, 使学生以“发现者”角色参与学习。

(二) 关注概念理解

整节课的题目难度都不大, 作为一节概念课, 不能一味追求解题, 而是让学生更多地打开思维, 通过这节课来体会类比、归纳、对应、转化等数学思想方法, 经历主动探索的过程。如通过反比例函数的三种表达形式的展示, 恰当地运用变式, 能使学生的思维不受消极定式的束缚, 实现思维方向的灵活转化, 使思想呈发散状态。在这个过程中有意识引导学生通过剖析, 进而认识到概念的本质。

(三) 注重概念运用

概念的运用是一个从一般到具体的过程, 通过概念运用加深、巩固学生对数学概念的掌握, 还有利于培养学生思维的深刻性、灵活性。本节课习题问题的选择和编制, 能够逐层深入引导学生理解概念的内涵和外延。

一个数学概念从未知到已知到组织到应用是一个长期的过程。在教学中围绕问题为主线, 引导学生自主学习、合作探究, 并关注学生获得数学概念和理解概念本质的过程, 给予学生充分的时间促使学生数学能力的发展, 这就是数学教学的价值。

参考文献:

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.