

# 《初等数论》课程教学改革探索

程晨 谭志聪 解康

(南京特殊教育师范学院 数学与信息科学学院, 江苏 南京 210038)

摘要:《初等数论》是数学类专业的基础课程,但目前我国高校在该课程的教学存在一些普遍的问题.本文结合《初等数论》的课程特点,从教学内容、教学手段和教学方法三方面入手,对如何提高本课程的教学质量和效果进行了探索.

关键词:初等数论;改革;教学内容;教学方法

## 一、引言

《初等数论》是师范类本科院校数学与应用数学开设的一门重要的基础专业课,是一个古老的数学分支,主要研究整数的基本性质,其内容包括整除理论、不定方程、同余理论、原根与指标、连分数和数论函数.数学与应用数学专业学生通过对《初等数论》的学习,能加深对整数的性质的了解与认识,掌握初等数论的最基本的内容、基本理论,便于理解和学习与其相关的一些课程;同时能用高等数学观点理解中学数学知识,为从事中小学数学教学工作提供宏观理论的积累.

《初等数论》这门课程对学生学好数学专业相关课程,加强未来职业竞争力具有重要作用,但是在该课程的教学发现了以下存在的一些问题:当前大学生对课堂缺乏兴趣和动力,导致出勤率偏低,存在学生在上课时使用手机、打瞌睡甚至无故缺席等现象,大学课堂普遍以老师的单向灌输为主,缺乏师生互动;同时教师难以准确评估学生的知识掌握程度.数学课程教师的教学内容普遍侧重于专业知识,缺乏对课程思政素材的挖掘.学生的数学基础参差不齐,再加上教材几乎只注重定理的理论证明和定义的文字阐释,缺少相关知识点的例题,这种情况下,一些基础薄弱的学生会对课本内容产生畏难情绪,并且无法真正理解课本知识.数学课程的特点就是高度的抽象性和严密的逻辑性,专业课的教学模式大多都是由概念到概念,从理论到理论,数学学习无法与现实生活结合起来,以至学生会提出“学这个有什么用”的疑问,缺乏自主学习的热情.目前的教学评价方式过于偏重终结性评价和学习结果,缺少过程性评价,忽视了个体差异,单一的考试成绩不能满足于评价学生思维品质、应用和学习能力等方面的需要,评价效果较差.针对上述问题,从教学内容和教学方法入手,对《初等数论》的教学改革进行探究.

## 二、丰富教学内容,提高学习效果

### (一)深挖课程思政,提升育人实效

教师在授课过程中应充分挖掘思政元素,实现价值引领、知识教育和能力培养有机统一.在初等数论已经有2000年的历史,公元前300年,欧几里得证明了有无穷多个素数;公元前250年,古希腊数学家埃拉托塞尼创立了一种筛法.随后,众多数学家对该领域的理论进行了不断丰富,并涌现出许多杰出的数学家,如费马(费马大定理、费马小定理)、欧拉(欧拉定理)和高斯(二次互反律等内容).中国古代对初等数论的研究也有着光辉的成就,《周髀算经》《孙子算经》《张邱建算经》《数书九章》等古文献上都有记载.《初等数论》这门课程中蕴含着大量的思政素材,需要教师巧妙地运用于课堂教学.如在学习一元线性同余方

程组问题时,可用《孙子算经》卷下第二十六题——“物不知数”引出本节课的知识,其原题为“有物不知其数,三三数之剩二,五五数之剩三,七七数之剩二.问物几何?”待学生思考后给出算经中的解法,可列表如下:

除数	余数	最小公倍数	衍数	乘率	各总	答数	最小答数
3	2	$3 \times 5 \times 7$	$5 \times 7$	2	$35 \times 2 \times 2$	$140+63+30$	$233-$
5	3	$=105$	$7 \times 3$	1	$21 \times 1 \times 3$	$=233$	$2 \times 105$
7	2		$3 \times 5$	1	$15 \times 1 \times 2$		$=23$

随后说明这是我国古代数学家给出的解法,加以推广后变成“孙子定理”,又称中国剩余定理,是初等数论中的一个重要定理,比欧洲早500年,凝结着中国古代数学家的智慧,在加密、秘密共享、数字签名等领域都有重要应用.通过介绍中国剩余定理的地位和作用,展示了我国在数学研究上的辉煌历史,让学生树立文化自信、增强民族自豪感.教师也可以在结合课程中的概念或定理,融入科学家的故事,弘扬科学家精神.如在学习“高斯函数”的定义时,介绍数学王子高斯的生平和成果,他在数论、代数论、微分几何、非欧几何、复变函数、算学研究等方面都做出了奠基性的贡献,并且在天文学,物理学,大地测量学上也取得非凡的成就,甚至诱导着相对论的产生.高斯的成就得益于其对数学的热爱、对挫折的无畏和勤奋刻苦的学习,鼓励学生培养坚韧不拔的品质和终身学习的习惯.

### (二)从抽象到具体,从具体到抽象

教师在授课过程中应善于把握具体与抽象的关系.数学课本上的定义和定理具有高度的抽象性和概括性,一方面教师在教学中可通过具体的例子和习题帮助学生理解.如学习同余的概念“给定一个正整数 $m$ ,把它叫作模,如果用 $m$ 去除任意两个整数 $a$ 与 $b$ 所得的余数相同,我们就说 $a, b$ 对模 $m$ 同余,记作 $a \equiv b \pmod{m}$ .”对于抽象的定义,基础薄弱的学生比较难以反应过来,教师可利用具体的例子帮助学生理解,如2去除7与11所得的余数都为1,则可用符号 $7 \equiv 11 \pmod{2}$ 来表示,其中正整数2是模.还可以进一步通过以下的判断题:(1)21与12同余;(2)9与15对模3同余;(3)71与80对模7同余来帮助学生加深印象.另一方面可通过具体的例子总结出一般规律,如在学习欧拉函数的性质时,可让学生通过以下取值:

$m$	2	3	5	7	11	13
$\varphi(m)$	1	2	4	6	10	12

得出结论:当 $p$ 是素数时, $\varphi(p)=p-1$ .这样有利于学生自主得出相关定理,加深知识点的理解.

### （三）理论联系实际，培养应用意识

教师在授课过程中应尽量将课本知识与实际生活联系在一起。很多学生都将“生活”与“数学学习”割裂开来，加之数学知识本身的严密性，导致学生们觉得数学课很枯燥，缺乏上课的热情，教师可通过解决现实生活中的问题，让学生感受到数学的作用和魅力。如在学习“不定方程”这一节的内容时，可用《张邱建算经》中的一个难题导入“今有鸡翁一，直钱五，鸡母一，直钱三，鸡雏三，直钱一。凡百钱买鸡百只。问鸡翁、鸡母、鸡雏各几何？”通过这样一个有趣的问题，激发学生的兴趣和求知欲，也使他们深刻认识到数学与现实生活息息相关。

### （四）提升解题能力，激发学生兴趣

教师在授课过程中应加强与数学竞赛和公务员考试有关内容的渗透。如在学习高斯取整函数的定义“函数  $[x]$  的值等于不大于  $x$  的最大整数”后，让学生思考 2009 年全国联赛题的一道题目“方程  $x^2 - 2[x] - 3 = 0$  的解的个数为？”该题将初中的一元二次方程与高斯取整函数的定义 ( $[x] \leq x$ ) 结合在一起，有助于学生将知识融会贯通、灵活运用。《初等数论》中的整除、不定方程、欧拉函数、同余等知识与中小学数学知识联系密切，这门课程的开设对象是师范类本科院校数学专业的学生，他们将来主要从事中小学数学老师，有益于为他们将来从事相关领域的科学研究工作培养兴趣，做好准备。又比如在 2015 年黑龙江公务员行测考试第 63 题“某次考试，题目是 30 道多项选择题，每题选对所有正确选项 3 分，少选且正确得 1 分，不选或选错倒扣 1 分，小王最终得分为 50 分，现要求改变评分方式，选对所有正确选项得 4 分，少选且正确得 1 分，不选或选错倒扣 2 分，问这种评分方式下小王将的多少分？”，这道题考察的是数论中知识点——不定方程。增加对公务员考试题的讲解，一方面通过有针对性的分析，能使学生全面的掌握知识点，并能够灵活运用；另一方面可以让对有考公务员规划的学生提前了解相关考题，增加就业竞争力。

### 三、改进教学手段，突出学生主导

教师在授课过程中可适当借助信息技术，发挥学生的主导性。本人在数论的教授过程采用了智慧教学软件 HiTeach，它集课堂经营、电子白板、师生互动和学习评量等四大课堂教学功能于一身，同时还具备合作学习、互动学习、任务学习、测验学习、差异化学习、互评学习、协作学习七大数字教学方法与策略，可大大提高教学效果。如在教授“高斯函数”的定义时，利用 HiTeach 上传作品的功能请学生求以下题目： $[\pi]$ ， $\{e\}$ ， $\{-\pi\}$ ， $[\frac{2}{3}]$ ， $[-\frac{3}{5}]$ ， $\{-\frac{3}{5}\}$ ， $\{\pi\}$ ， $\{\sqrt{2}\}$ ， $\{-\pi\}$ ，可以让学生在规定时间内将写好的结果拍照上传到 HiTeach 系统中，教师挑选个别学生的作答分析题目并给出结果，然后学生在手机上相互批改。这个教学环节可以检验学生对知识点的掌握程度，及时纠正学生的错误理解，同时对于当面指出的错误，学生的印象会更加深刻。借助教学软件增加与学生的互动，引起学生学习兴趣、活跃课堂气氛，帮助教师及时了解学生对知识点的掌握情况。

### 四、完善教学方法，培养学习品质

#### （一）线上线下混合式教学模式

采取线上+线下混合式教学模式，完整流程包括三部分：学

生进行课前线上预习、课中线下讲授和课后线上线下答疑。三部分具体内容如下：课前线上：在 Mocc 建立这门课的学习资源，它包含学习视频、课件、练习题等内容，学习视频是根据学生基础对知识进行针对性讲解，练习题的难度呈现层次性，以满足不同基础学生的需求，在上课前一天发布下节课相关的预习资料。数论中定理、引理较多，内容章节之间较独立，课本中几乎是定理的证明，缺少相关知识的习题和例题，学生的畏难情绪大，线上预习部分能很好地解决这些问题。学习视频能够为学生提供对下节课所要学习知识的初步了解，同时在课堂上重点关注存疑的知识点进行听讲；学生还可提前思考课件上的问题，锻炼自主思考的能力，同时也节约课上时间。课中线下讲授部分：首先，通过小组选举代表进行课前预习展示，以任务驱动学生并提升他们的合作和语言表达能力；然后根据学生的预习反馈，更有针对性地对知识点进行讲授，梳理相关的内容的脉络，总结知识的要点。课中全程使用智慧教学软件与学生互动，根据学生对知识点的掌握情况及时调整上课节奏。课后线上线下答疑部分：首先，通过布置分层作业、测试，了解学生对该章节内容的掌握程度，及时在下节课上纠正学生对知识的错误理解；其次，利用通讯软件和 Mocc 平台对学生的疑惑进行解答，进一步增强学生的学习自信心。

#### （二）优化教学评价方式，注重过程学习

目前高校课程的成绩评定主要包括平时成绩和期末成绩。然而，平时成绩仅基于课堂表现、考勤和作业情况给出，过程性评价不够具体，忽视学生学习品质和学习能力等方面的全面评价。将下表中的评分标准贯穿于线上线下混合教学的全过程中去，该评价方式更加注重了对学生的学习态度和学习习惯的培养，有助于全面有效提升学生的学习效果和质量。

项目	知识掌握			能力培养			综合测试	
	线上			线上+线下		线下		
	观看视频	章节检验	预习笔记	课堂互动	课后反馈	期中考试		课堂总结
占比	4	6	5	10	5	5	5	60
合计	100							

#### 参考文献：

- [1] 闵嗣鹤，严士健. 初等数论 [M]. 第 4 版. 高等教育出版社，2020.5.
- [2] 周平，黄卫华，陈兴炼. 基于课程思政的数学专业课教学改革探讨——以“初等数论”课程为例 [C]// 百色学院马克思主义学院，河南省德风文化艺术中心. 2023 年高等教育科研论坛桂林分论坛论文集. 文山学院；，2023：3.
- [3] 许广魁. 关于孙子定理教学的几点思考 [J]. 黑河学院学报，2023，14（07）：169-172+182.
- [4] 王婧哲. 《初等数论》课程教学改革研究 [J]. 内蒙古财经大学学报，2019，17（02）：115-117.
- [5] 石艳，韦师，王春勇. “课程思政+线上线下混合式教学模式”下初等数论教学改革初探 [J]. 现代职业教育，2022（35）：38-41.
- [6] 杨帆. 初等数论课程与高中数学对接的教学探索 [J]. 嘉应学院学报，2022，40（03）：105-107.