

思维可视化在初中数学解题中的应用

张腾思佳

(南京师范大学附属苏州石湖中学, 江苏 苏州 215000)

摘要: 随着信息技术的不断发展, 思维可视化在初中数学解题中的应用越来越广泛。思维可视化是指将思维过程和结果以图形、图像等形式直观地呈现出来, 有助于学生更好地理解问题、掌握解题方法和提高解题能力。本文将从思维可视化的角度出发, 在分析当前初中数学解题中存在的两点典型思维障碍的基础上, 探讨思维可视化在初中数学解题中的应用, 以为教学实践提供有益的参考。

关键词: 思维可视化; 初中数学; 解题

《义务教育数学课程标准(2022年版)》强调, 数学不仅仅是知识的积累, 更是一种思维的训练和素养的培养。在此背景下, 思维可视化作为一种创新的教学手段, 逐渐被广大初中数学教师所接受和应用。通过思维可视化, 学生可以将抽象的数学问题转化为直观的图形或图像, 从而更好地理解问题的本质和解题的思路。这不仅有助于提高学生的解题能力, 还能培养他们的逻辑思维能力 and 创新能力。

一、初中数学解题中存在的两种思维障碍

(一) “穿错鞋子”——受思维定式影响导致解题错误

思维定式是指原有思维方式会在一定程度上影响后续的学习, 就好比穿了原来的鞋子走新路。下面通过详细案例进行说明:

例 1: 已知 $-1 < x+y < 2$ ①

$-3 < x-y < 1$ ②

求 $2x-y$ 的取值范围。

由于在此之前学生已经学习了二元一次方程消元法, 因此, 面对这一问题, 很多学生会习惯性地运用消元法, 将式①与式②相加或者相减, 试图求出 $2x-y$ 的取值范围。殊不知, 这种解题思路是错误的。虽然式①与式②相加是可以的, 但是式①与式②相减是不可以的。正确的解题思路应该是, 分别将 $x+y$ 、 $x-y$ 、 $2x+y$ 视为整体, 探究三者之间的关系, 进而使得问题得以解决, 具体步骤如下:

解: 设 $2x+y=a(x+y)+b(x-y)$, 则 $x+y=(a+b)x+(a-b)y$

$\therefore a+b=2, a-b=1$

$\therefore a=1.5, b=0.5$

$\therefore 2x+y=1.5(x+y)+0.5(x-y)$

根据式①得到 $-1.5 < 1.5(x+y) < 3$,

根据式②得到 $-1.5 < 0.5(x-y) < 0.5$

$\therefore -3 < 1.5(x+y)+0.5(x-y) < 3.5$,

$\therefore -3 < 2x+y < 3.5$

(二) “穿了旧鞋子”——不恰当的思维表征影响解题速度

在解决数学问题的过程中, 问题表征是一个极其重要的环节。所谓表征, 是指学生在头脑中是如何呈现数学问题的, 其呈现方式对于学生的解题速度、解题正确率有着直接影响, 具体通过以下案例说明:

例 2: 已知 A、B 两地之间的距离为 300KM, 甲车从 A 地驶往 B 地, 速度为 55KM/h, 与此同时, 乙车从 B 地驶往 A 地, 速度为 65KM/h。假设一只小鸟在同一时间出发, 在甲车与乙车之间来回折返飞行, 速度为 85KM/h。当甲车与乙车相遇时, 小鸟在两车之间一共飞行了多少公里?

针对这一问题, 通过调查, 只有不到 1/3 的学生能够在规定时间计算出正确答案, 其余学生要么计算错误, 要么因为计算过程烦琐而无法在规定时间内完成解题。观察发现, 几乎所有的学生在开始解题时都是这样入手: 分别计算出小鸟在甲车和乙车之

间的飞行距离, 然后将所得答案相加。很显然, 这种解题方式不仅过程烦琐, 而且非常容易出错。在意识到这一问题后, 部分学生就开始转换思路, 尝试更加灵活、高效的解法: 将问题表征为求小鸟飞行的时间, 这样问题就转化成了甲车和乙车相遇的时间, 在得到答案后再乘以小鸟的飞行速度, 问题便可迎刃而解了。这样不仅能够快速得到答案, 而且正确率也会更高。

二、思维可视化在初中数学解题中的应用

(一) 思维可视化在课前预习中的应用

初中阶段的数学知识点虽然难度较小, 但是对于学生来说, 由于其认知能力有限, 对知识的接受速度也相对较慢。因此, 在正式进行课堂教学之前, 需要教师引导学生对所要学习的新课进行课前自主预习, 为课堂教学的高效开展奠定基础。对此, 教师可利用可视化、图形化的思维工具, 引导学生进行课前预习, 从而在帮助学生更加全面地认识、更加深入地理解相关知识点的同时, 助力学生自主建构数学基础知识网络体系, 从而在课堂学习中更加游刃有余。例如, 在开展“有理数的加减法”的课堂教学之前, 教师便可引导学生对教材中的知识点进行自主预习, 并根据教材中关于“有理数的加减法”的相关知识点以如图 1 的可视化方式进行呈现。

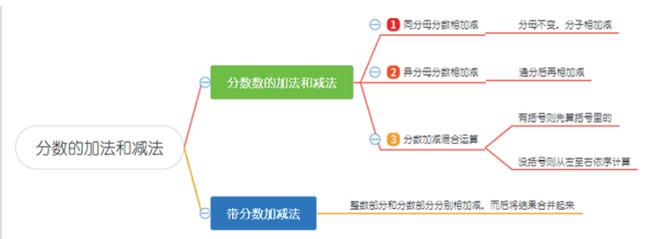


图 1 有理数的加减法知识点汇总

(二) 思维可视化在课堂教学环节中的应用

1. 思维可视化, 激发解题兴趣。虽然素质教育的口号已经喊了很多年, 但始终也是“只闻楼梯响, 不见人下来。”我国的教育体系仍以应试教育为主导, 很多教师仍以适应考试作为数学教学的唯一标准。而且初中阶段学生大多思维跳跃, 在课堂学习中难以长时间保持注意力, 再加上不同学生的个体差异, 对新知识、新事物的接受能力也有所不同。但是在长期的教学实践中, 笔者发现, 以直观的图形呈现数学问题, 更加容易被学生所接受, 学生理解起来也更快。因为初中阶段的学生其思维方式仍以形象思维为主导。而思维可视化的应用, 则能够以更加直观的方式呈现数学问题, 更加符合初中学生的思维特点。因此, 在数学解题过程中, 教师可利用可视化的思维工具, 将学生的注意力吸引到课堂教学中来。学生可根据可视化思维工具的引导, 循序渐进地深入学习相关数学知识点、解决数学问题, 帮助学生建构更加完整的数学知识体系, 促进学生逻辑思维能力的发展。

2. 思维可视化, 化繁为简。在解题过程中, 复杂的问题往往

让学生望而却步，甚至失去解题的兴趣和信心。而思维可视化则能够将复杂的问题拆解成若干简单的小问题，帮助学生逐步分析、逐一解决，最终实现化繁为简的效果。例如，在解决几何问题时，教师可以引导学生利用图形化的方式，将题目中的条件一一标注在图形上，从而更加清晰地呈现问题的本质，降低解题难度。同时，教师还可以利用思维导图等可视化工具，将解题思路以图形化的方式呈现出来，帮助学生更加直观地理解解题过程，提高解题效率。

例三：以图2为例，在四边形ABCD中，已知AD//BC，AD=24cm，BC=30cm，点P从点A向点D运动，速度为1cm/s，直到点D停止；点Q从点C向点B运动，速度为2cm/s，直到点B停止，直线PQ将四边形ABCD分别截成ABQP、PQCD两个四边形。假设点P、Q同时出发，经过多长时间，两个四边形ABQP、PQCD其中的一个可以成为平行四边形。

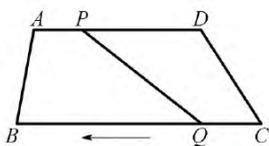


图2

解析：观察图2可知，当四边形ABCD被直线PQ截成两个四边形时，可出现下面两种情况：一是四边形ABQP为平行四边形，二是四边形PQCD为平行四边形。当四边形ABQP为平行四边形时，那么AP=BQ，当四边形PQCD为平行四边形时，那么PQ=QC。所以，根据已知条件，在解题过程中，可围绕“平行四边形”，整合平行四边形的性质、判定条件；菱形、矩形、正方形的性质、判定条件，等等相关知识点，并对其进行可视化呈现，如图3，从而明确本题的解题思路。

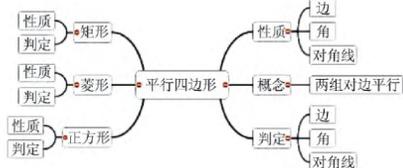


图3

在本题的解题过程中，围绕题目关键词，整合相关知识点，以思维可视化的方式，构建系统化的知识体系。这样，学生在可视化思维工具的引导下，化繁为简，避免盲目思考，快速找到解题思路，从而实现精准化思考与解题。

3. 思维可视化，梳理解题脉络。每次数学课堂教学结束后，教师都需要对此次课程的主要知识点进行梳理与归纳，教师在总结课堂教学知识点时，往往会通过板书或多媒体课件的形式。但是，无论是传统板书还是多媒体课件，教师都可将思维可视化工具融入其中，利用可视化的思维工具直观地向学生呈现此次课程的知识点，将原本抽象、分散的数学知识点通过可视化的思维工具变得更加直观、系统。教师还可结合初中学生的心理特点，绘制初中生喜闻乐见的卡通图案思维导图，将知识点整合成为一个具有高度组织性、更方便学生记忆的图形，将相关知识点以知识块的形式在学生的留存在学生的脑海中。

4. 思维可视化，拓展解题思路。思维可视化不仅可以帮助学生更好地理解和掌握知识点，还可以拓展学生的解题思路。在数学解题过程中，往往存在多种解题方法和思路。通过思维可视化，教师可以引导学生从不同的角度思考问题，发现更多的解题方法和思路，从而提高学生的思维灵活性和创新能力。例如，在解决一些复杂的数学问题时，教师可以利用思维可视化工具，将问题

分解成若干个简单的子问题，并引导学生逐一解决。在解决问题的过程中，学生可以逐步深入，发现问题的本质和规律，从而找到更加高效的解题方法。同时，教师还可以通过比较不同解题方法的优劣，引导学生选择更加适合自己的解题方法，提高解题效率。

(三) 思维可视化在课后复习中的应用

1. 思维可视化，奠定解题基础。在初中数学教学中，复习教学的高效开展，能够有效帮助学生吸收、内化相关知识，进一步巩固课堂所学。而想要达到这一效果，离不开正确的方式方法的支持。因此，在教学实践中，教师可指导学生利用导图对课堂所学知识进行梳理、总结。例如，在学习了《整式的乘法与因式分解》的相关知识后，在课后复习巩固环节，教师便可指导学生围绕此次课程的三大主题——整式的乘法、乘法公式、因式分解，绘制系统性思维导图，让学生通过绘制导图，把握《整式的乘法与因式分解》这一单元的知识重点，把握大三主题之间的内在联系，建构系统性的数学知识体系，为解决相关问题奠定基础。

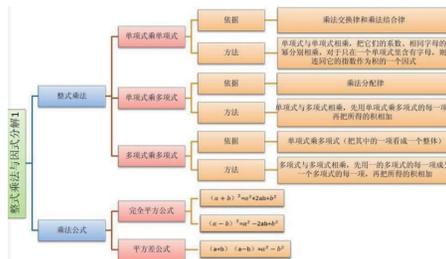


图4

2. 思维可视化，建立错题集。在初中数学教学中，课后对错题的梳理与总结同样至关重要。建立错题集，能够有效帮助学生从中总结解题经验，避免再次出现类似错误，形成正确的解题思路。通常，学生们都是将做错的题目、解题中需要注意的关键点直接抄写错题本上，也有学生会用不同颜色的笔分别写出正确答案与错误答案，并对自己出现错误的原因进行分析，这种错题整理方式对学生的数学学习虽然也有一定的帮助，但是难以在学生的脑海中留下深刻印象，很多学生虽然整理的时候非常认真，但是后期如果不经常翻阅的话，很容易就会忘了，甚至还会在遇到类似题目时重蹈覆辙。针对这一问题，教师可引导学生利用导图，对错题按照题型、知识点、错题原因等要素进行分类整理，让学生掌握更加正确的错误整理方法。学生在利用导图整理错题的过程中，将自己的思维融入其中，从而对错题的印象更加深刻。在后续遇到类似问题时，也会更加注意对其中题型以及考点的分析，真正变“错”为“宝”，促进学生数学成绩的提升以及思维能力的发展。

三、结语

总之，思维可视化在初中数学教学中的应用具有显著的优势，能够帮助学生更好地理解抽象的数学概念，提高解题能力，促进思维发展。在教学过程中，教师应充分利用思维可视化工具，将复杂的问题拆解成简单的小问题，引导学生逐步分析、逐一解决。同时，教师还应注重课后复习环节，利用思维可视化工具帮助学生梳理知识点，建立错题集，巩固学习成果。通过思维可视化在初中数学教学中的有效应用，能够进一步提升初中数学的教学质量，培养学生的数学素养和思维能力。

参考文献：

[1] 李丽. 思维可视化在初中数学教学中的应用研究 [J]. 科幻画报, 2023 (01): 141-142.
 [2] 熊卓亚. 思维可视化策略在初中数学解题教学中的运用 [J]. 新课程导学, 2022 (29): 96-98.