

从“运算一致性”看乘法教学的实践研究

——以三年级“多位数乘一位数的乘法”教学为例

赵丽雅 毛 娅 杨欢欢 刘 红

(中国人民解放军火箭军工程大学附属小学, 陕西 西安 710038)

摘要: 运算一致性在小学数学教学中的地位日益凸显,它不仅有助于学生理解“数与运算”的本质,还有助于提升学生的运算能力和推理意识。在教学过程中,教师要保证学生在理解数值一致性的同时,充分体会运算的一致性。本文以三年级“多位数乘一位数的乘法”教学为例,围绕乘法运算的一致性在教学中的实践展开探究,整合“多位数乘一位数”的教学内容,探索教学方法,沟通知识间的内在联系,寻求运算一致性的有效路径,便于学生深入理解运算的本质,体会数与运算的一致性,发展数感,提升运算能力,塑造逻辑思维。

关键词: 运算一致性;乘法教学;路径

运算一致性是指无论运算的数是整数、小数还是分数,基本的加、减、乘、除四则运算规则在本质上都是一致的。在小学数学教学中,理解和应用“运算一致性”有助于学生提升运算能力和推理意识,对于学习数学知识有十分重要的作用。在实际教学中,教师往往按照教材的内容和编排顺序,以课时为单位进行教学,忽略了“运算一致性”的整体认识,知识之间时常是割裂的,学生难以发现知识之间的内在联系。抽象化的数学运算原则和概念化的知识点,很难吸引学生的注意力,且不利于学生深度探究数字运算的本质。对此,教师需要选取更为有效的教学办法,促使学生在学习过程中,逐步掌握运算一致性算理,继而深度理解并应用所学知识解决实际问题,助力学生打破知识之间的壁垒,建立“数与运算”的知识网。

一、明确运算一致性在教学中的重要意义

《义务教育数学课程标准》(2022年版)强调课程内容的组织要注重教学内容的结构化整合,突出核心内容,展现内容与观念之间的融合,体现课程内容的整体性。特别是在小学“数与代数”领域,要让学生初步体会数是对数量的抽象,感悟数概念的一致性,形成数感和符号意识,感悟数的运算以及四则运算之间的关系,体会运算的一致性,形成运算能力和初步的推理意识。

在教学中,“运算一致性”的探究能促进知识的整合与迁移,构建知识网络,帮助学生将不同类型的数(整数、小数、分数等)的运算知识整合起来,形成一个有机的整体。除此之外,还能深化学生对数学本质的理解,揭示运算本质,提升数学思维,有助于学生深刻理解运算的本质是计数单位的累加或细分。通过感悟运算一致性,学生能够从更抽象的层面去思考数学问题,提升数学思维水平。在教学过程中,还有助于培养学生的核心素养,运算一致性的教学可以让学生更好地理解数的大小、数量关系和运算结果的合理性,从而增强数感。在教学中,学生还需要理解和运用各种数学符号,因此进一步增强了学生的符号意识。运算一致性的教学注重让学生理解运算的道理,掌握运算的方法,从而提高学生的运算能力。因此,运算一致性在教学中具有重要意义。

二、数与运算一致性对学生学习产生的影响

(一)数与运算的一致性

计数单位是数与运算的核心概念,在“数与运算”的学习中,学生先认识数,学习读数和写数,这是对计算单位的初步认识,学生结合计数单位等内容,逐步了解如何组成一个数值。认识了数之后,进一步学习各种数的运算。实际上,整数、分数、小数的加、减、乘、除法在具体运算法则上虽有差异,但运算本质都是基于计数单位进行的一种操作。以某一计数单位展开探究,也

包含一致性特征,是数与运算一致性的具体体现。这种一致性的理解对于学生学习各类运算知识都发挥着重要作用。教师在课堂教学过程中不能忽视对计数单位的教学,促使学生在实践操作和数值运算过程中,领悟数值概念和运算的一致性,不仅能加深学生对知识的理解和运用,还可在某种程度上锻炼学生逻辑思维能力 and 解决问题的能力,助力学生提升核心素养水平。

(二)数与运算一致性对学生学习的影响

通过理解运算本质的一致性,能更准确地感知数字之间的关系和变化,发展数感。以“多位数乘一位数的乘法”学习为例,通过将多位数按位分解,一位数分别与多位数的每一位相乘,再将乘得的结果相加,学生能够清晰看到乘法与加法运算的内在联系,从而更好地掌握乘法运算的算理和算法。同时,这一过程也促使学生从具体的运算过程中抽象出通用的算理,提升了他们的推理意识。

其次,“运算一致性”能够帮助学生塑造逻辑思维。以计数单位为基础,学生从一年级接触不同计数单位开始,逐步感悟数的抽象性和一致性。在乘法教学中,学生基于计数单位进行运算,理解乘法运算的本质是对计数单位的操作。这种对计数单位的认识贯穿于整数、小数、分数的运算中,有助于学生形成清晰的逻辑思维,理解运算背后的逻辑。

最后,“运算一致性”在解决问题方面也发挥了重要作用。教师通过引导学生解决整体性问题,将多位数乘一位数的运算与实际生活中的数量关系联系起来,整体思考问题,从而提高解决问题的能力。同时,结合多样化的教学方法,吸引学生兴趣,激发思考能力,促进生生之间的交流与合作,进一步提高学生对运算本质的理解和问题的解决。

三、从“运算一致性”提升“多位数乘一位数的乘法”教学效能的路径

(一)强化计数单位概念教学

运算一致性的核心在于计数单位。无论是整数、小数还是分数的运算,其本质都是基于计数单位的操作。在两位数乘一位数的乘法运算中,例如 34×5 ,34可以看作是3个十和4个一,5分别与3个十和4个一相乘,也就是5与计数单位“十”和“一”的对应相乘,然后将结果按照计数单位进行累加,这体现了乘法运算基于计数单位的一致性。

在学生有了一定的实物感知后,进行抽象的计数单位乘法运算练习。如给出4个百 $\times 2$ 、6个十 $\times 3$ 等题目,让学生直接说出结果,并解释是如何基于计数单位进行运算的。这有助于学生从具体情境中脱离出来,深入理解计数单位在乘法运算中的核心地

位,为多位数乘一位数的算理解奠定基础。

(二) 构建直观模型辅助理解

在教学中,为了便于学生理解,教师可以借助各种直观教具帮助学生理解多位数乘一位数乘法的算理。比如,借助小棒摆一摆,利用小棒计算两位数乘一位数时,如用一捆小棒表示一个十,一根小棒表示一个一。在计算 25×3 时,让学生摆出2捆和5根小棒,然后思考3倍的数量是多少。学生可以先将3与2捆小棒相乘得到6捆小棒,再将3与5根小棒相乘得到15根小棒,而15根小棒又可以转化为1捆和5根小棒,最后得到7捆5根小棒,即75。通过小棒模型的操作,学生能直观地看到乘法运算过程中计数单位的变化与累加,深刻理解算理。

除此之外,还能借助计数器这样的直观模型,理解在具体情境中不同数位表示的不同含义与变化,帮助学生感知运算背后的计数单位。例如在学习 300×2 时,学生可以先计算 3×2 ,借助计数器拨一拨,学生通过观察计数器个位上的珠子,获得二三得六的结果。引导学生发现“3个一”乘2等于“6个一”时,“一”就表明是计数单位,列成算式为 $3 \times 2 = 6$ 。接着,带领学生进一步探究 30×2 ,拨一拨、算一算,当学生观察计数器中的六颗珠子数位的变化后,引导学生阐述“3个十”乘2等于“6个十”,其中“十”是计数单位。基于此,学生再将珠子拨弄到其他数位上,并产生新的计数单位,如“百”“千”,算式则相对应地变化为 $300 \times 2 = 600$ 、 $3000 \times 2 = 6000$ 等。照着这一规律探索下去,其运算口诀始终是“二三得六”。由此可归纳总结“为什么同一句乘法口诀可以计算不同的算式”,让学生深入体会计数单位的变化对运算过程的影响。

在乘法学习中,学生还能利用点子图和表格等学具理解算理,感悟运算的一致性。例如研究“ 13×2 ”这个乘法算式,学生依托拆、圈、画、填等学习活动,用点子图和表格计算 13×2 ,虽然形式不同,但有其相同的地方,通过计算,学生不难发现都是把13拆分成10和3,也就是拆分成“1个十”和“3个一”,分别与2相乘,然后把乘积相加。依托直观模型进行操作、观察、比较、概括,能真切感知运算过程中计数单位的存在,从而初步感知运算的一致性。

(三) 比较不同算法,体会运算的一致性

在数学教学过程中,学生对运算过程已经有了一定的掌握。如果在教学环节继续对口算、列竖式计算等进行基本型、变式型的练习,极有可能出现学生探究兴趣不浓、思维探究不深、学习困惑依然不解等现象。在实际课堂中,教师可以带领学生从计数单位的角度参与运算,比较不同方法的运算方式,洞察运算的内在一致性,进一步内化运算过程中的算理算法。

目前,北师大版教材只有进行笔算教学时会涉及到展开竖式,很多学生经过课上练习或是作业操练,都会自动过滤展开竖式,最终使用标准竖式。教师课上教学中,把教学的重点放在了口算法、表格法、标准竖式和展开竖式的对比上,尽管外在形式各有不同,不过却可以从分析中找到共同之处——算理相同:都是将多位数按照个位、十位、百位等进行分解,然后将一位数与多位数的每一位分别进行乘法运算,最后将这些乘法运算的积相加,得到最终结果。

(四) 拓展运算类型,寻算法之“联”——体会运算的本质

三位数乘一位数是整数乘法运算的一部分,与两位数乘一位数、三位数乘两位数都有密切联系。尽管相比于过去学生所学的整数乘法,数的位数处于不断的增加中,但算理与算法却具有一

致性。列竖式计算的过程,其实就是将先分后合的过程记录了下来,可以看作整数乘法中算理算法的迁移。以此为切入点,教师进行单元复习课教学时,就要拓宽学生视野,根据所讲的内容,引导学生对内容进行深入探索,培养他们的深入思维,使其具备更高的运算能力、推理能力与应用能力。

比如,复习课练习环节中,数学教师给予学生引导,让他们应用计数单位加以拓展,教学过程简要分析如下:

$$\begin{array}{r} \square 13 \\ \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

(出示题目)

师:相较于刚刚,新的计数单位是什么呢?

生:百

师:若我们用展开竖式表示,大家认为竖式需要用几层楼表示?能确定得数吗?

生:需要盖三层楼,第一层是六个一,第二层是两个十,第三层无法确定。

师:若我们用X表示三位数,Y表示四位数,大家认为哪个放到第三层更合适?

(学生认为哪个都行)

师:为什么呢?

生:因为百位上的数字如果大于或等于5时,就需要进位。那么就是说,若这个数字是5-9的话,第三层楼就成了四位数。若是1-4,第三层楼就是三位数。

生2:展开竖式可以忽略进位的问题,只需要一位数与几个百进行乘法运算就可以了。

师:看来只要我们抓住计数单位的规律,写到第三层楼就可以了。在计算中,我们也可以把展开竖式转化成标准竖式。

师:三位数乘一位数,展开竖式要盖三层楼。那么,四位数乘一位数,展开竖式要盖几层楼?

生:四层楼,就是多了“千位”。

师:你觉得四层楼,积可能是几位数?生:可能是四位数,也可能是五位数。

师:在这单元中,我们还遇到过中间有0和末尾有0的计算,其计算道理也是相同的。如果是 4130×2 ,可以怎么计算呢?

生:表示3个十乘2、1个百乘2、4个千乘2,最后再把乘得的结果相加。

四、结语

通过对三年级“多位数乘一位数”乘法教学实践研究,我们深刻体会到“运算一致性”在小学数学教学中的重要意义。它不仅有助于学生更好地理解乘法运算的本质,提高运算能力,还能培养学生的逻辑思维和推理意识,为学生的数学学习奠定坚实的基础。

参考文献:

[1] 朱莹. 在推理分析中感悟运算的一致性——《求一个数的几分之几是多少的实际问题》教学与思考[J]. 教育视界, 2024(11): 42-45.

[2] 刘燕, 张慧. 在多重对比中深入学习计算——“多位数乘一位数(不进位)”教学思考[J]. 课程教材教学研究(上半月), 2024(6): 42-45.

[3] 董彩君, 王静. 凸显计数单位, 感悟运算教学的一致性——以“整数乘法”大单元教学为例[J]. 山东教育, 2024(1): 95-97.