

统计学课程中“假设检验”的教学设计

陈寿雨

浙江越秀外国语学院 浙江绍兴 31200

摘要:假设检验是统计学教学中的重难点之一。在正确理解假设检验思想及“假设”、“检验统计量”和“显著性水平”等关键概念的基础上,提出假设检验“五步法”的教学设计,即“正确写出两个假设”、“计算检验统计量的值”、“查找临界值”、“做出统计决策”和“得出结论”等,并通过教学实例说明如何运用“五步法”,为统计学课程中“假设检验”相关内容的教学提供参考。

关键词:统计学;统计推断;假设检验;五步法

统计学是许多经管类专业的必修课。无处不在的数据使学习统计学变得至关重要,学生通过本课程的学习,能够理解和掌握基本的统计分析方法及其在商务活动中的应用,培养学生分析和洞察数据的能力,以适应未来工作的需要。统计学主要讲授把数据转化为有用信息的统计方法,包括统计描述、统计推断等内容。有关统计描述的教学,相对比较简单,主要讲授用表格总结数据和用图形可视化数据的方法,而对于统计推断的教学,相对较难,主要让学生掌握参数估计和假设检验的方法。本文将针对统计学课程中的重难点问题——“假设检验”展开,分析和探讨如何进行教学设计,有效传递教学内容,便于学生理解和掌握。

一、假设检验教学的重要性

假设检验之所以成为统计学课程中的教学重点之一,是因为它是整个统计推断内容的主要构成部分,大量的教学内容都是围绕假设检验展开的。以国外流行的商科各专业统计学入门教材——Business Statistics: a First Course为例,该教材从第9章到第11章都是直接讲解假设检验的内容,从单样本检验和双样本检验开始,到单因素方差分析,再到卡方检验等。教材的第12章和第13章中有关回归分析的教学内容也是离不开假设检验知识。同时,计量经济学等后续课程也需要学生具有扎实的假设检验理论知识。毫无疑问,假设检验教学是统计学课程中重中之重的教学内容。但是,经过多轮的教学实践,对于普通非重点高校来说,有不少学生在学习假设检验内容时存在理解困难,对该知识点的掌握不够理想。因此,对于如何教好假设检验的教学内容是不少教师,尤其是新教师的巨大挑战。本文将结合笔者

多轮的统计学教学课程实践和反思,提出假设检验教学的“五步法”教学设计,与同行探讨如何有效开展假设检验教学问题。

二、假设检验思想与关键概念

假设检验使用的是小概率反证法。先假定零假设为真,得到样本检验统计量(如 Z_{STAT})的概率分布。再根据一个随机样本的数据,计算相应的检验统计量的值。如果该检验统计量的值落在临界值之外(检验统计量分布曲线的尾部),认为发生了小概率事件,违背了小概率事件在一次实验中不太可能发生的原理,从而以此为依据,认为找到了证据表明零假设是错的,相应地做出拒绝零假设的统计决策。反之,则不能认为零假设是错的,相应地做出不拒绝零假设的统计决策(图1)。

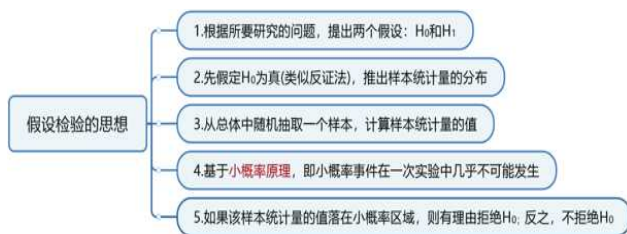


图1 假设检验思想

对于不少学生来说,如何正确理解假设检验中的“假设”是首要问题。假设检验是围绕未知总体参数(如总体均值、总体比例等)展开的。我们可以根据经验、历史资料或现实的观察提出有关总体参数的假设,并用规范的数学表达式写出来。假设检验中有两个完全相反的假设——零假设(原假设) H_0 和备择假设 H_1 ,其中零假设的表达式中总是含有“=”号,包括“=”号、“ $\geq$ ”号和“ $\leq$ ”号三种情况,而备择假设是零假设的对立面,所以相应的表达式中的符号为“ $\neq$ ”号、“ $<$ ”号和“ $>$ ”号等。检验假设采用反证法,我们先认为零假设是真的,再从样本数据中找到证据来判断是否可以

作者简介:陈寿雨,(1977.05—),男,汉族,浙江苍南人,副教授,研究方向:统计学。

拒绝零假设。

除了“假设”的概念之外，有关“检验统计量”的内容将更加复杂。检验统计量是一个随机变量，可以通过样本数据计算出一个检验统计量的值，再根据其值的大小做出统计决策，即回答是否拒绝零假设的问题。对总体均值的假设检验为例，在总体标准差未知的情况下，需要构造t检验统计量。

“显著性水平”也是假设检验教学中的关键概念之一。显著性水平是研究者事先确定的，代表假设检验中出现“第一类错误”的概率，用 α 表示，通常取 $\alpha=0.05$ 。显著性水平将影响检验统计量临界值的大小，一般可以通过查表获得相应的临界值。以单样本t检验为例，检验统计量的临界值将由“自由度”和显著性水平共同确定，可以通过查t分布表或使用统计软件得到。

三、假设检验的“五步法”教学设计

在正确理解假设检验中有关“假设”、“检验统计量”和“显著性水平”等概念之后，我们可以根据假设检验的五步法流程进行相关内容的教学。

第一步：正确写出两个假设，即 H_0 和 H_1 。根据我们要回答的问题或者有关总体参数的声称，首先写出参数的数学表达式，再根据其中的数学符号来判断该表达式是属于零假设，还是备择假设，最后从其中一个假设推出完全相反的另一个假设。例如，有人说读大学的生活费比较贵，现在的大学生平均每月的生活费需要1800元了。根据对总体参数的声称，我们可以写出数学表达式 $\mu=1800$ ，其中 μ 代表总体均值。由于该表达式中含有“=”号，因此为零假设的内容，从而可以写出零假设，即 $H_0: \mu=1800$ ，而备择假设就应该是 $H_1: \mu \neq 1800$ 。从备择假设为“ $\neq$ ”号，说明这是一个双尾检验，将有两个临界值和两个拒绝域。

第二步：计算检验统计量的值。具体检验统计量的选择取决于检验对象和抽样分布，主要有Z统计量、t统计量、F统计量和卡方统计量。在满足相关假设条件下，它们分别服从或者近似服从标准正态分布、t分布、F分布和卡方分布。检验统计量的计算需要用到相关的样本数据，如样本均值、样本标准差或方差、样本比例等，通常也需要知道样本容量。由于假设检验使用反证法，零假设中有关总体参数的假设可以直接用于检验统计量的计算。

对总体均值进行假设检验时，如果总体标准差 σ 已知，使用Z检验，检验统计量为： $Z_{STAT} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ ；如

果总体标准差 σ 未知（这是符合实际情况的），则应使用t检验，检验统计量为： $t_{STAT} = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$ 。对总体比例进行假设检验时，需要使用Z检验，检验统计量为：

$$Z_{STAT} = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

假设中的观点，我们随机抽取了100名大学生组成一个样本，计算出样本均值为1780元，标准差为100元，从而根据单样本t检验统计量的公式，可以算出t统计量 $=-2$ 。

第三步：查找临界值。临界值把检验统计量的分布划分为“拒绝域”和“非拒绝域”。临界值的大小与检验统计量的抽样分布和显著性水平相关。另外，双尾检验有两个临界值，而单尾检验只有一个临界值。具体地，如果第一步中的备择假设含有“ $\neq$ ”号，说明是双尾检验，将有两个临界值和两个拒绝域，每个拒绝域的面积（即概率）为显著性水平的一半，写成 $\alpha/2$ 。如果备择假设为“ $<$ ”号，则为单尾检验中的左尾检验，只有一个临界值，拒绝域的面积 α ；如果备择假设为“ $>$ ”号，则为单尾检验中的右尾检验，也只有一个临界值，拒绝域的面积同样为 α 。继续上述的例子，根据备择假设的内容，显然为双尾检验，如果事先指定显著性水平 $\alpha=0.05$ ，两个拒绝域的面积分别是 $\alpha/2=0.025$ 。另外由于检验统计量服从自由度为99（根据样本容量100减1计算得出）的t分布，因此通过查t分布表，获得其中一个临界值为1.9842，另一个临界值为其相反数，即-1.9842。

第四步：做出统计决策。统计决策将做出在第一步中提出的零假设是否可以拒绝的决定。根据比较第二步中计算得出的检验统计量的值和第三步中找到的临界值，就可以正确地做出判断。具体地，如果检验统计量的值落在临界值的外侧，即处在拒绝域，我们就可以做出拒绝零假设的决定，反之则不能拒绝零假设。根据上述的例子，检验统计量的值为-2，小于-1.9842，说明检验统计量的值落在左侧的拒绝域，因此可以做出拒绝零假设的决定。

第五步：得出结论。根据第四步统计决策的结果，结合所提出的问题，得到相应的结论。如果第四步做出的统计决策是拒绝零假设，说明有证据表明零假设是错误的，从而备择假设得到支持；反之则不拒绝零假设，说明备择假设得不到支持。在我们例子中，因为做出了拒绝零假设的决定，从而可以得出总体均值不等于1800

元的结论。

与上述假设检验的临界值法类似，假设检验的p值法也遵循五步法，这两种检验方法是等价的。p值法的具体步骤为：正确写出两个假设、计算检验统计量的值、查找检验统计量所对应的p值、做出统计决策、得出结论，其中p值是把检验统计量的值当作临界值时，检验统计量在该临界值外侧的概率。对于Z检验可以通过查表找到精确的p值，而对于t检验，查表只能找到p值的范围。

四、假设检验“五步法”教学实例

例如，为了检验一个总体的均值是否为10，研究者从总体中随机抽取样本容量为56的一个样本，样本均值为9.1，样本标准差为3，要求在显著性水平 $\alpha=0.01$ 时做假设检验。根据“五步法”，可以构造图2中的具体操作流程，并得到图3中的具体结果。



图2 假设检验五步法的流程

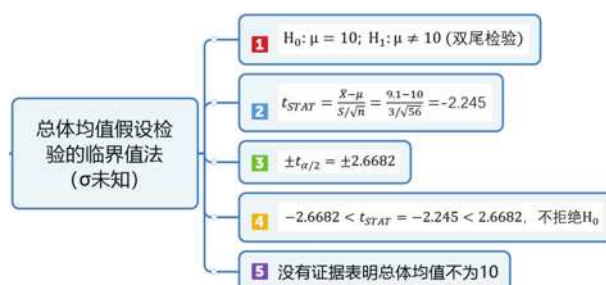


图3 假设检验五步法的结果

五、小结

假设检验五步法教学设计是执行一个完整的检验假设过程，具有流程简洁清晰、容易学习和操作等特点，在更复杂的假设检验过程中也可以使用五步法来帮助学生更有效的学习。

参考文献：

- [1]刘军丽.经管类专业统计学课程教学面临的挑战及对策[J].新课程研究, 2021 (33): 47-48.
- [2]王晓燕, 彭佳, 吴洋, 文宗川.基于“四元”模型的统计学课程TPEC教学模式研究[J].教育观察, 2021, 10 (33): 10-13.
- [3]吕玉红, 高元文.推断统计理论的实践教学探索[J].广州城市职业学院学报, 2017, 11 (01): 84-88.
- [4] Levine D M, Szabat K A, Stephan D F, et al. Business Statistics: A First Course, Global Edition[M]. 2015.