

初中数学“一题多解”实践研究

侯安然

(句容市第二中学, 江苏 镇江 212400)

摘要: 处于初中阶段的学生思维相对较为活跃, 学习知识和理解问题的能力也相对较好, 正是提升思维能力的时机。我国的新课改中也提出相应的要求, 要求采取多种措施, 提升学生的思维能力, 提高学生的整体数学水平。对此, 初中数学教师普遍采用“一题多解”的教学方式以达到提升学生思维的目的。因为, “一题多解”一方面是初中数学教师教学的任务需要, 另一方面是培养该年龄段学生数学思维的良好催化剂。但是, 在实际的教学过程中, 依旧存在着一些问题, 使得“一题多解”的培养方式难以达到事半功倍的效果, 反而有时出现事倍功半的尴尬情况。基于以上情况, 本文将从三个方面来探索如何打造高效的“一题多解”的课堂。

关键词: 课堂教学; 初中数学; 一题多解

一、初中数学教学“一题多解”存在的问题

(一) 过分追求结果

在实际的解题过程中, 有些题目可以直接用一般、常规的方法来进行解答, 但是却有部分老师以培养学生思维方式为由对题目进行多解处理, 其中不乏一些流程繁杂、过程冗余、辅助工具复杂的解题方法。虽然运用多种方法将一道题目解答出来了, 但却把学生搞得晕头转向, 导致学生在实际的解题过程中, 不知道哪种解题方法更为合理。还有老师在教学中采用部分超出学生所学知识范围的思想、公式来达到所谓的“一题多解”的教学目的, 学生除了感慨数学的博大精深, 更多感受到的是晦涩难懂, 而将更多的时间用在理解其他无用的解题方法上, 对其他知识的学习产生“挤出效应”。而且, 过多看似“精彩”的解题技巧不仅会增加学生的记忆负担, 更重要的是会打击学生学习的积极性。这种只重结果而忽视解题流程合理性、学生适应性的方式, 教学双方都得不偿失。

因此, 在教学中需要更加提倡“实用主义”而非“形式主义”。在教学过程中更加注重学生的理解能力, 站在学生的角度去思考和理解以“一题多解”的解法。重点关注易于理解、简洁明了的解题方法, 让学生体会到数学的简洁、实用、平易之美。

(二) 模式流水化

在“一题多解”的教学过程中, 有的教师只告诉学生这种方法是什么, 而不是告诉学生为什么用这种解题方法, 在解题中更多的是机械地对解题方法进行罗列, 然后对学生进行标准化的输入, 未达到真正的“既要知其然, 更要知其所以然”的教学目的。试想, 如果作为授课的老师都不能准确地讲出如何想到某种解题方法, 不能循序渐进地分析出最终的解题流程, 只是采用工厂流水线的形式对解题方法进行叙述, 又怎么能期望学生有更加深入的理解, 学生融会贯通的能力又怎么能提高呢?

因此, 教师在实际的教学中应该从基础出发, 对解题的方法和思路加入一些自己的理解和思考, 并鼓励学生更多地参与进去, 找到适合学生理解的教学方法和“一题多解”思路。

(三) 解题背后原理含糊不清

对于学生来说, 他们正处于学习知识的大好年华, 内心有更多的对知识的渴望和探索。学生更想知道的是为什么一道题会有多种解法? 在遇到问题的时候, 自己应该从何处入手? 同样对于题目给出的已知条件, 需要经过什么样的推理演示过程才能得到理想的结果, 又是什么样不同的思考方向和路径会导致不同的结果? 这都是教学过程中需要关注的重点, 作为教学老师, 应该一步一步地对学生思维进行引导, 帮助学生理解, 想学生所想, 忧学生所忧, 这样才能更好地让学生理解“一题多解”背后的基础原理, 达到融会贯通的目的。

二、初中数学开展“一题多解”的实践探索

(一) 灵活思维方式, 开展一题多解

例题一、两个连续奇数的积是 323, 求出这两个数?

方法一、设较小的奇数为 x , 另外一个就是 $x+2$.

$$x \times (x+2) = 323,$$

$$\text{解方程得: } x_1 = 17, x_2 = -19 .$$

所以, 这两个奇数分别是: 17、19, 或者 -17、-19.

方法二、设较大的奇数 x , 则较小的奇数为 $\frac{323}{x}$

$$\text{则有: } \frac{323}{x} + 2 = x$$

$$\text{解方程得: } x_1 = \pm 19, x_2 = \pm 17$$

同样可以得出这两个奇数分别是: 17、19, 或者 -17、-19

方法三、设 x 为任意整数, 则这两个连续奇数分别为:

$$2x-1, 2x+1,$$

$$(2x-1)(2x+1) = 323$$

$$4x^2 - 1 = 323,$$

$$x^2 = 81,$$

$$\text{即: } x_1 = 9, x_2 = -9,$$

$$2x_1 - 1 = 17, 2x_1 + 1 = 19,$$

$$2x_2 - 1 = -19, 2x_2 + 1 = -17$$

所以, 这两个奇数分别是: 17、19, 或者 -17、-19

方法四、设两个连续奇数为 $x-1, x+1$

$$x^2 - 1 = 323$$

$$x^2 = 323 = 4 * 81$$

$$\text{则有: } x_1 = 18, x_2 = -18,$$

$$x_1 - 1 = 17, x_1 + 1 = 19,$$

$$x_2 - 1 = -19, x_2 + 1 = -17$$

所以, 这两个奇数分别是: 17、19, 或者 -17、-19

(二) 结合当下热点, 激发学生学习兴趣

例题二、非洲 X 病毒流行, 我国积极参与国际援助, 运送物资支援非洲某国。江苏某药店捐赠了 1300 副 N95 口罩, 900 副一次性口罩, 500 瓶酒精, 进价共计 9250 元; 另一药店捐赠了 200 副 N95 口罩, 300 副一次性口罩, 400 瓶酒精, 进价共计 3200 元, 请问一只一次性口罩、一只 N95 口罩, 一瓶酒精进价共为多少钱?

解: 设一只 N95 口罩、一只一次性口罩, 一瓶酒精进价分别为 x 、 y 、 z 元, 则根据题意, 得:

$$\begin{cases} 1300x + 900y + 500z = 9250 & (1) \\ 200x + 300y + 400z = 3200 & (2) \end{cases}$$

分析: 此方程组是三元一次方程组, 由于只有两个三元一次方程, 因而要分别求出 x 、 y 、 z 的值是不可能的, 但注意到所求

的是 $x+y+z$ 的代数和, 因此, 我们可通过变形变换得到多种解法。

1. 凑整法

$$\text{解 1: } \frac{(1)+(2)}{3}, \text{ 得 } 500x+400y+300z=4150 \quad (3)$$

$$(2)+(3), \text{ 得 } 700(x+y+z)=7350$$

$$\therefore x+y+z=10.5$$

答: 一只一次性口罩、一只 N95 口罩, 一瓶酒精进价共需 10.5 元 (下面解法后的答均省略)

解 2: 原方程组可变形为

$$\begin{cases} 1300(x+y+z)-400(y+2z)=9250 \\ 200(x+y+z)+100(y+2z)=3200 \end{cases}$$

$$\text{解之得: } x+y+z=10.5$$

2. 主元法

解 3: 视 x, z 为主元, 视 y 为常数, 解 (1)、(2)

$$\text{得 } x=5-0.5y, \quad z=5.5-0.5y$$

$$\therefore x+y+z=5.5+5-y+y=10.5$$

解 4: 视 y, z 为主元, 视 x 为常数, 解 (1)、(2)

$$\text{得 } z=0.5+xy=10-2x$$

$$\therefore x+y+z=10.5+x-2x+x=10.5$$

解 5: 视 x, y 为主元, 视 z 为常数, 解 (1)、(2)

$$\text{得 } x=z-0.5y=11-2z$$

$$\therefore x+y+z=z-0.5+z+11-2z=10.5$$

3. “消元”法

解 6: 令 $x=0$, 则原方程组可化为

$$\begin{cases} 900y+500z=9250 \\ 300y+400z=3200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0.5 \\ z=10 \end{cases}$$

$$\therefore x+y+z=10.5$$

解 7: 令 $y=0, z=0$, 则原方程组可化为

$$\begin{cases} 1300x+500z=9250 \\ 200x+400z=3200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-0.5 \\ z=11 \end{cases}$$

$$\therefore x+y+z=10.5$$

解 8: 令 $x=0, z=0$, 则原方程组可化为

$$\begin{cases} 1300x+900y=9250 \\ 200x+300y=3200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5.5 \end{cases}$$

$$\therefore x+y+z=10.5$$

4. 参数法

解 9: 设 $x+y+z=k$, 则

$$\begin{cases} 1300x+900y+500z=9250 & (1) \\ 200x+300y+400z=3200 & (2) \\ x+y+z=k & (3) \end{cases}$$

$$\therefore (1)-(2) \times 3, \text{ 得 } x-z=-0.5 \quad (4)$$

$$(3) \times 300 - (2), \text{ 得 } x-z=3k-32 \quad (5)$$

$$\therefore \text{由 (4)、(5) 得 } 3k-32=-0.5$$

$$\therefore k=10.5$$

$$\text{即 } x+y+z=10.5$$

5. 待定系数法

解 10. 设

$$\begin{aligned} x+y+z &= a(1300x+900y+500z)+b(200x+300y+400z) \\ &= (1300a+200b)x+(900a+300b)y+(500a+400b)z \end{aligned} \quad (1)$$

则比较两边对应项系数, 得

$$\begin{cases} 1300a+200b=1 \\ 900a+300b=1 \\ 500a+400b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2100} \\ b=\frac{4}{2100} \end{cases}$$

将其代入 (1) 中, 得

$$x+y+z=\frac{1}{2100} \times 9250 + \frac{4}{2100} \times 3200 = \frac{1}{2100} \times 22050 = 10.5$$

三、初中数学开展“一题多解”的建议

(一) 鼓励学生提出质疑

十多岁的学生的脑海中时不时会有一些奇奇怪怪, 天马行空的想法。对于这种想法, 教师不能忽视, 而是可以尝试在学生思想的基础上对其进行引导, 帮助学生对同一个问题提出不同的解法。并以此带动其他学生, 加入对问题的思考当中, 甚至会对题目的解法提出质疑。教师要正视学生的这种质疑, 因为随着学生质疑的不断增长, 题目的更多解法, 更适合学生的思路会被挖掘出来, 学生也更乐意接受自己想出来解题方法, 印象更加深刻。此外, 教师还可以对学生的质疑进行解答和总结, 更好的发现学生在学习和思维锻炼中存在的问题。

可以看出, 对学生更多的鼓励和认可可以帮助学生在需求多种题目解法的时候, 对数学问题做进一步的思考, 加深对知识点的认知。这对培养学生思维能力的锻炼是非常重要的。

(二) 培养学生的总结习惯

对待“一题多解”类型的题目, 首先, 教师需要向学生传达出准确解题的思路和解题流程; 其次, 教师应该培养学生良好的总结问题的学习习惯。因为该类型的题目往往会涉及很多的知识点。所以, 学生很多时候不能把握到题目的重点和所要考察的知识点, 难以“透过现象看本质”。教师应该保证学生自主学习的地位, 让学生在自我探究中理解“一题多解”的特点和知识点之间的内在联系。适当的培养学生总结能力并在课堂上让学生分享自己的成果, 一方面可以提升学生的表现欲, 另一方面还能活跃课堂氛围, 帮助学生养成持续总结的好习惯。

(三) 注重新旧知识的结合

对于初中数学知识, 很多前后、新旧知识点之间都是存在一定联系的。学生在未学习新的知识点的时候对于一道题目有 N 种解法, 但是在学习完新的知识后, 利用新的知识对之前的题目进行重新理解和思考, 或许会得到 $N+1$ 种解法。而且, 有些题目会结合多个知识点, 学生在探究该题目的解法的同时, 还可以对新旧知识进行轮回巩固, 加强前后知识的结合运用。

因此, 教师在教学的过程中, 可以在题目得到解法后对相应知识点做进一步的研究, 讲涉及的知识点, 从旧到新依次展现出来, 形成逻辑体系, 帮助学生做好新旧知识的结合。

参考文献:

- [1] 丁晴峰, 高欣. 利用“一题多解”打破思维定势 [J]. 中学生数学, 2020 (18): 43-45.
- [2] 赵国慧. “一题多解”课例实录与教学感悟 [J]. 数学教学通讯, 2020 (27): 31-32.
- [3] 卓勒德别克·热合木. 浅谈初中数学教学中的一题多解 [J]. 科学咨询 (教育科研), 2020 (09): 274-275.
- [4] 张晓敏. 数形结合方法在初中数学教学中的应用 [J]. 新课程, 2020 (37): 92.