关于期权定价模型与方法的综述

邓金科

上海大学，中国·上海 201800

【摘 要】期权定价是期权交易的核心部分，经过多年的研究已经取得了丰硕的成果。本文对主要的期权定价方法进行了梳理并总结了相关模型的特点，重点阐述了Black-Scholes模型以及对该模型的改进方法，并展望了期权定价理0论的发展前景。

【关键词】期权定价；Black-Scholes模型

期权是金融衍生品中最重要的一种，它赋予期权买方在未来某一日期以约定的价格买卖标的资产的权利，而期权的卖方必须履行相应的义务。期权主要可以分为美式期权与欧式期权，前者可以在订立合同之日起至期权到期日之间的任何时间行权，后者则只能在期权到期时行权，作为一种有效的风险管理工具，期权自问世以来一直受到投资者的青睐。期权的价格本质上是一种风险价格，影响期权价格的因素众多，如何对期权定价是期权交易的核心部分，从第一款期权产品推出起，众多学者尝试使用不同的模型对不同类型的期权进行定价，这些模型统称为期权定价理论。

Black-Scholes模型是学术界公认的期权定价理论的基石，该模型在满足若干条假设时运用无套利思想可以推导得到欧式看涨期权价格的计算公式，其后诸多学者通过放松假设等方式对B-S模型进行了更加详细深入的研究。刘海龙和吴冲锋（2002）对比了传统期权定价方法、B-S模型、二叉树、蒙特卡洛模拟法、有限差分方法、确定性套利方法、ε套利定价方法和区间定价方法共八种主要的期权定价方法的优劣[1]。杨建奇和肖庆宪（2008）将期权的定价方法分为三类：无套利复制定价、期权定价的鞅方法和效用无差别定价[2]。本文将对目前主要的期权定价模型与方法进行归纳与总结，展示期权定价理论的主要研究成果。

1 主要期权定价模型与方法

1.1无套利定价

无套利定价的基本原则就是无套利思想，它是金融市场理论中一个至关重要的概念。在一个无套利的市场中，任何具有相同未来现金流的资产或资产组合都应当具有相同的当前价格，否则市场中将出现套利机会，理性的投资者会迅速利用这种机会获得无风险收益，从而迫使价格调整回均衡状态。无套利思想确保了市场价格的一致性和合理性，为金融资产定价提供了重要的理论基础。

在期权定价中，无套利原则被用于构造一个由标的资产（如股票）和期权组成的投资组合，这一组合在未来的价值没有不确定性，也即其未来现金流是确定的。具体而言，可以通过持有一定数量的股票并卖出一份期权（或反向操作），构造出一个对冲组合，因为这一投资组合没有任何风险，所以其收益率一定等于无风险收益率，这样可以通过计算构造这一投资组合的成本来计算期权的价格，B-S模型正是基于这一方法实现对期权价格的测算。

1.2 B-S模型

Black-Scholes模型，该模型构造了一个在非常短时间内无风险的投资组合，通过解偏微分方程的方法得到欧式看涨期权的定价公式。该模型基于以下假设：股票价格服从对数正态分布；允许卖空证券并可以完全使用所得收入；无交易费用与税收，所有证券均可无限分割；在期权期限内，股票不支付股息；不存在无风险套利机会；证券交易为连续进行；短期无风险利率r为常数，并对所有期限都是相同的。在符合上述假设的情况下，欧式看涨期权的定价公式为：

$$c = N(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2)$$

其中 $d_1 = \frac{\ln(S_0/K)+\left(r+\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$，

$d_2 = \frac{\ln(S_0/K)+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$，$T$为期权的期限，$\sigma$是股票价格的波动率，函数$N(\cdot)$为标准正态分布的累积概率分布函数，$S_0$为股票在时间0的价格，$K$为行权价，$r$

ISSN:2661-3263(Print);2661-3271(Online)

为连续复利的无风险利率，C为欧式看涨期权的价格。B-S模型为投资者提供了一种期权价格的解析方法，只需将期权的各种参数代入公式，即可方便快捷地计算出期权的价格。但过于严格的假设在一定程度上削弱了B-S模型的实际运用效果，如无法解释波动率微笑等现象，因此学者们通过放宽B-S模型的假设以期实现对B-S模型的改进，改进方法有许多形式：如放宽了与税收相关的假设、放宽对无风险利率的假设，但主要的改进思路可以分为以下两个方面：

（1）放松对标的资产价格波动的限制。Black-Scholes模型的一个核心假设是标的资产的价格遵循几何布朗运动，在此基础上，标的资产的价格在特定时刻具有相对较小的波动性。然而市场的真实情况当出现重大利好或利空消息时，股票的价格往往不会连续变化而是大幅度跳跃。对于标的资产跳跃性波动的期权，在这种情况下使用B-S模型估计得到的期权价格与实际价格的误差会比较大。为了解决这一问题，学者们尝试用其他描述标的资产价格波动的过程来代替几何布朗运动或者在维纳过程添加一个离散的跳跃性，这些过程统称为levy过程。CEV模型是一种较为有效的描述方法，此模型在几何布朗运动的基础对其中维纳过程项前的系数 S添加一个 β 次方的权重，由此模拟标的资产价格的概率分布两端肥尾的情况，当 β=1时，标的资产价格服从几何布朗运动，此时的CEV模型即为B-S模型。Merton认为标的资产的价格变化可以被看作是一个连续的漂移过程与传统的离散跳跃相结合，并据此提出默顿跳跃-扩散模型，在这一模型中，连续性部分用连续维纳过程来描述，它捕捉了标的资产价格中的系统性风险，而离散性部分则采用泊松分布的随机过程，用来描述导致标的资产价格出现跳跃式变动的非系统性风险。

（2）放松对定价参数的限制。B-S模型假设股票价格的波动率 σ 与连续复利的无风险利率 r均为常数，这一假设显然与真实市场中的情况相悖，因此，应该假设股票价格的波动率 σ 与无风险利率 r均为变量，而在波动率与无风险利率中，学术界研究的重点是波动率。就波动率而言，相关的参数改进思路主要分为两种，一种是假设波动率 σ 是以时间为自变量的函数，如著名的GARCH模型，通过分析过去的价格波动性，可以通过GARCH模型获得未来波动率的估计值。GARCH模型是一个离散时间模型，用于建模时间序列数据，其中波动性在不同时间点发生离散性变化。它由一个均值方程和一个方差方程组成，后者用于描述波动性的自回归和条件异方差性，与传统的B-S模型相比，GRACH模型在波动率的估计上更为准确，实际应用价值更高。另一种则是将波动率 σ 看作是不可预测的、服从随机过程的变量，即随机波动率模型，可以表示为 $\Delta S = uS\Delta t + \sigma(t)S\Delta W_1$，其中的代表模型为Heston模型。Heston模型假设波动率遵循随机均值回归过程，这意味着波动率有一个均值，并在时间内回归到这个均值，这一特性使Heston模型能够更好地反映市场上波动率的长期和短期动态。

1.3风险中性定价

风险中性定价与无套利定价是期权定价的两种基本方法，在无套利定价中，标的资产的价格遵循几何布朗运动过程；而风险中性定价则基于风险中性测度的假设，它假设市场中的投资者是风险中性的，因此所有金融资产的期望回报均等于无风险利率。

1.4二叉树模型

二叉树模型正是基于风险中性的假设，属于期权定价的数值方法。二叉树法定价的基本思想是：把期权的有效期 T 分为若干个足够小的时间间隔 Δ_t，在每一个 Δ_t内假定标的资产的价格从开始的S运动到两个新值：运动到比现价高的值 S_u（相应的期权价值变为 C_u）的概率为 p，运动到比现价低的值 S_d（相应的期权价格变为 C_d）的概率为 $1-p$，假设标的资产价格的变动服从正态分布，则运用风险中性定价原理可以得到：

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}, C = e^{-r\Delta t}[pCu + (1-p)Cd]$$

实际上二叉树模型的本质是通过标的资产的价格离散地向两个方向运动过程来近似标的资产价格连续变化的过程。将单期二叉树模型推广到 n期，风险中性定价原理仍然成立，期权价格依然等于其收益在风险中性世界里的期望值以无风险利率贴现后的现值。

1.5蒙特卡洛模拟

在期权价格的计算中，蒙特卡洛模拟方法利用风险中性理论，首先将期权的有效期限分成若干小时间间隔，通过随机生成标的资产价格的路径，估算期权的未来收益，然后将这些收益按照无风险利率贴现。最终得到的结果就是期权产品价格的估计值。蒙特卡洛模拟方法的优点在于它适用于不仅依赖标的资产价格终值的情况，还适用于依赖标的资产价格路径的情况。即对任何关于标的资产 S的随

机过程均可采用这种方法；缺点在于需要大量的数学运算，计算速度较慢，并且用于计算美式期权这种可以在到期日前提前行使的期权时，使用这种方法的效果一般。

1.6有限差分法

有限差分法是期权定价的一种数值方法，特别适用于解决复杂的偏微分方程问题。在使用有限差分法对期权进行定价时，首先需要根据标的资产的价格动态和期权的特性建立描述期权价格变化的偏微分方程，例如Black-Scholes偏微分方程。接着，将连续的解空间离散化，用有限个离散点代替原本连续的解空间，这些离散点通常以网格形式表示，每个点对应特定的资产价格和时间。

在离散化过程中，利用有限差分方法对每个离散点处的偏导数进行逼近，例如利用前向差分、后向差分或中心差分表示一阶导数，用中心差分表示二阶导数等。通过这种方法，原本复杂的偏微分方程被转化为代数方程组，从而能够通过数值计算来求解期权价格。通过适当的网格划分和差分方案，有限差分法能够以较高的精度和效率计算期权价格，为复杂期权产品的定价提供了一种灵活而强大的工具。

1.7区间定价方法

区间定价方法是一种用于期权定价的相对较新的方法，其目标是提供更具鲁棒性和不确定性的价格估算，以反映金融市场中的不确定性。这一方法与传统的单一价格估算方法（如Black-Scholes模型或蒙特卡洛模拟）不同，它提供了期权价格的一个区间范围，而不是一个确定的单一价格。其基本思想是无套利定价原理。由于在非完全金融市场上不存在完全的复制策略,故期权定价不能通过复制策略得到,因此期权价格不是一个确定性的数值,而是一个区间。

1.8使用神经网络模型对期权定价

神经网络模型因其强大的非线性拟合能力和数据驱动的特性，成为期权定价领域的一种重要工具。它能够很好地捕获输入和输出之间复杂的非线性关系，而无需依赖传统模型中对价格过程的特定假设，如标的资产价格服从几何布朗运动等。相较于需要精确建模市场机制的传统方法，神经网络通过直接从数据中学习市场的动态特征，展现出更大的灵活性和适应性，特别是在面对高维特征、多样化市场条件和复杂期权产品时，其优势尤为明显。人工神经网络能够通过输入的市场变量（如标的资产价格、波动率、到期时间、无风险利率等）与对应的期权价格建立映射关系，从而自动学习定价公式。这一过程免除了传统方法中的许多繁琐步骤。例如，B-S模型需要通过解析或数值方法求解复杂的偏微分方程，而蒙特卡洛模拟则依赖大量的随机路径生成和迭代计算，计算成本较高且易受参数敏感性影响。相比之下，神经网络仅需一次性训练即可高效生成定价模型，大幅降低了计算成本。

此外，神经网络模型还能够适应市场的非平稳性和结构变化。例如，当市场出现跳跃行为、波动率微笑或市场深度不足等非标准现象时，传统的参数化模型可能难以捕捉这些特征，而神经网络模型则可以通过调整网络结构和学习策略，从数据中提取有效信息，进一步提高定价的准确性和鲁棒性。

目前，使用神经网络模型对期权定价已经成为该领域的一个重点研究方向，许多学者和实践者正在探索神经网络与其他方法的结合，如强化学习、生成对抗网络（GAN）和深度强化学习，以进一步提升模型的性能和可解释性。同时，神经网络在处理高维期权定价（如篮子期权和复杂衍生品）以及动态对冲策略中的潜力也正在逐步显现，未来有望成为推动期权定价理论与实践创新的重要力量。

2 结语

本文梳理了主要的期权定价方法以及相关模型的特点，随着数学、统计学、计算机科学等学科的发展，很多其他专业的研究成果被应用到期权定价问题中，极大地丰富了期权定价理论。同时金融市场也在不断地发展深化，传统的线性模型往往无法满足真实市场中的条件，神经网络作为目前较为普遍的非线性模型，往往能提供比传统的参数模型更好的定价效果，这可能是未来期权定价研究中比较重要的研究方向。

参考文献：

[1]杨建奇,肖庆宪.期权定价的方法和模型综述[J].商业时代,2008(16):65-65.

[2]刘海龙,吴冲锋.期权定价方法综述[J].管理科学学报,2002,5(2):67-73.

作者简介:

邓金科（2001-），男，汉，江西宜春人，硕士，职称无，研究方向：金融。