Capital and Market,财经与市场,(3)2020,1
ISSN:2661-3263(Print);2661-3271(Online)

基于信息不对称和无限期重复博弈的双寡头垄断模型

董　璠
中央财经大学　江西　上饶　334000

在经济学中，由于市场条件和市场参与者竞争程度的不同，我们可以大致将市场分为完全竞争市场、垄断竞争市场、垄断市场和寡头市场。总体来说，寡头垄断相较于完全竞争市场缺乏一定的经济效率，资源配置往往也不能达到最优，但它的存在仍具有一定的合理性，首先，寡头的存在意味着厂商追求利润最大化，这对整个国家的经济发展是有贡献的，由于规模庞大，其产生的规模效应和供应链体系也有利于其所在行业的发展，其次，寡头市场在一定程度上保证了经济的稳定性，由于新兴企业进入门槛很高，而大部分寡头企业均为国企，一定意义上保证了国民经济的稳定运行，最后，双寡头垄断中存在的竞争元素有利于定价的舒缓，一定程度上促进了消费者的利益。

双寡头垄断模型中，我们有着以下基础性的假设。

（1）市场上只有1,2两家厂商生产商品。（2）为了建模方便，假设每个厂商的利润函数均为线性。（3）市场上能够提供的商品是两家厂商生产产品之和，暂不考虑库存积压的问题，且市场的需求函数也为线性。（4）市场出清。（5）厂商的目标是利润最大化。最简单的双寡头模型是，两家企业在市场上销售的数量分别为 q_1 和 q_2，给定这些数量，每家企业销售每单位数量得到的价格是 $p(q_1,q_2)=a-b(q_1,q_2)$，所销售的每单位数量的成本是c。对于厂商1而言，$c(q_1)=cq_1$，其中（a>c），则厂商1的利润函数为$\pi_1=pq_1-c(q_1)$，同理厂商2的利润函数为 $\pi_2=pq_2-c(q_2)$，联立以上两式并求导，可得：

$$q_1^*=b_1(q_2^\wedge)=\frac{a-c}{2b}-\frac{1}{2}q_2^\wedge \qquad q_1^*=q_2^*=\frac{a-c}{3b}$$

$$q_2^*=b_2(q_1^\wedge)=\frac{a-c}{2b}-\frac{1}{2}q_1^\wedge \qquad p^*=\frac{a}{3}+\frac{2c}{3}$$

$$q_1^*=q_1^\wedge \text{且} q_2^*=q_2^\wedge \qquad \pi_1^*=\pi_2^*=\frac{(a-c)^2}{9b}$$

通过以上的分析可以看出，市场能够达到均衡，厂商1和2的均衡产量均(a−c)/3b，均衡利润为〖(a−c)〗^2/9b。这既是经济学里经常提到的古诺模型。

引入无限期重复博弈

上述模型为静态条件下的博弈过程，我们知道在实际生活中，两个厂商的博弈不可能是完全静态的，通常又会很多期的博弈，这由于时间的跨度很长，各期之间还要考虑时间价值，即不同期折现到本期，这里就会涉及一个折现率δ的问题，那么我们现在引入无限期的重复博弈，看下对双寡头垄断模型会有什么影响。

假设之前的条件不变，折现率0 < δ < 1，单位成本c>0，联合垄断产出$(q_1,q_2)=(q^m/2,q^m/2)$，这里 q^m即为共谋下的产量，$q^m=\frac{a-b}{2}$，$q_2^*=q_2^*=\frac{a-b}{4b}$，$\pi_1^*=\pi_2^*=\frac{(a-b)^2}{8b}$。而由（2）式可知，在古诺均衡下，$q_1^*=q_2^*=\frac{a-c}{3b}$，$\pi_1^*=\pi_2^*=\frac{(a-b)^2}{9b}$ 当厂商1违背垄断定价$q^m/2$时，$q_1^*=\frac{a-c-q_2}{2}$，$\pi_1^*=\frac{9(a-c)^2}{64}$

无限期重复博弈后，要使厂商1不偏离原来的均衡，则应满足

$$\frac{(a-c)^2}{8}+\frac{(a-c)^2}{8}\left[\delta+\delta^2+\cdots\right]\geq\frac{9(a-c)^2}{64}+\frac{(a-c)^2}{9}(\delta+\delta^2+\cdots)$$

可得$\delta\geq 9/17$，也即当折现率达到这个条件时，无限期重复博弈可以使双方均达到垄断利益的最大化。

引入信息不对称的无限期重复博弈

两个厂商分别可能有对方不知道的成本，假设厂商1在第一阶段分别有两种成本的可能，分别记为和，同样，厂商2在第一阶段对应的成本分别为和，由于对称性，这两个厂商可以是镜像性的存在，同样，他们的低成本也是相同的，但这里，我们考虑了无限期重复博弈，就不再是原先的静态博弈了，假设也将被放开，即两个厂商不再采取镜像性的行动，或者同时采取行动，而是在不同时期可以采取不同的行动。

首先，我们先看第一阶段。

Stage1：$(c_{1H},c_{2H})(c_{1L},c_{2H})(c_{1L},c_{2L})(c_{1H},c_{2L})$

总共有四种情况，即两位厂商都预期对方会选择高成本生产，厂商2预期厂商1选择低成本而厂商1预期厂商2选择高成本，两位厂商都预期对方会选择低成本生产，厂商2预期厂商1选择高成本而厂商1预期厂商2选择低成本。

情形1：两位厂商都预期对方会选择高成本

$q_H^*=q_{1H}^*=q_{2H}^*=\left[a-C_H+\frac{\mu}{2}(C_L-C_H)\right]\frac{1}{3b}$，此时在第一阶段双方都能生产相同的最佳产量，那么在第二阶段，由于双方都预期对方采取高成本，第二阶段可能会由于技术进步，导致成本降低，假设第二阶段，厂商1预期2会降到低成本，而厂商2对1的预期不变，则进入了第四种情况(C_{1H},C_{2L})。

Stage 2：(C_{1H},C_{2L})

由于在第二阶段，厂商2占有优势，厂商1的利润函数变为

$$\pi_{1H}=\mu\{q_{1H}[a-b(q_{1H}+q_{2H})-C_L]\}+(1-\mu)\{q_{1H}[a-b(q_{1H}+q_{2H})-C_H]\}$$

而厂商2的利润函数为：

$$\pi_{2L}=\mu\{q_{2L}[a-b(q_{1L}+q_{2L})-C_L]\}+(1-\mu)\{q_{1L}[a-b(q_{1L}+q_{2L})-C_H]\}$$

对关于进行求导，同理对求导，可得：

$$\begin{cases}a-2bq_{1L}+b\mu(q_{2H}-q_{2L})+\mu(C_H-C_L)-C_H=0\\a-2bq_{2L}+b\mu(q_{1H}-q_{1L})+\mu(C_H-C_L)-C_H=0\end{cases}\begin{cases}q_{1H}^*=\dfrac{a-c_H-\mu(c_L-c_H)}{}\\q_{2L}^*=\dfrac{2[a-c_H-\mu(c_L-c_H)]}{(2+\mu)b}\end{cases}$$

由结果可知，在第二阶段，由于厂商2的成本更低，所以最终厂商2生产的产量会比厂商1高两倍，利润也更高，而厂商2意识到厂商1的利润更少，市场份额只有1/3，可能会降低成本，所以预期厂商1在第三阶段的成本将变为，而厂商1对厂商2的预期仍不变，则在第三阶段，变成了第三种情况。

Stage 3：(C_{1L},C_{2L})

当第三阶段达到第三种情况时，我们认为这种重复博弈已经达到一定的均衡，因为两位厂商预期对方均为低成本，且实际情况也为低成本，双方均没有理由背离现在的均衡，因为一旦背离，成本提高，市场份额降低，利润会下降。所以构成$(c_{1H},c_{2H})(c_{1H},c_{2L})(c_{1L},c_{2L})$…的无限期循环。回到前面，如果在Stage 1结束时，不是厂商1预期2会降到低成本，而厂商2对1的预期不变这种情况，而是厂商2预期1

Capital and Market,财经与市场,(3)2020,1
ISSN:2661-3263(Print);2661-3271(Online)

会降到低成本，而厂商1对2的预期不变，则到了第二阶段，会变成其二种情况(C_{1L},C_{2H})。

Stage 2：(C_{1L},C_{2H})

同样，和之前的类似，在第二阶段，厂商1占有优势，厂商1的利润函数变为：

$$\pi_{1L}=\mu\{q_{1L}[a-b(q_{1L}+q_{2L})-C_L]\}+(1-\mu)\{q_{1L}[a-b(q_{1L}+q_{2H})-C_H]\}$$

厂商2的利润函数为：

$$\pi_{2H}=\mu\{q_{2H}[a-b(q_{1L}+q_{2H})-C_L]\}+(1-\mu)\{q_{2H}[a-b(q_{1H}+q_{2H})-C_H]\}$$

π_{1L}关于q_{1L}进行求导，同理对π_{2H}求导，可得：

$$q_{1L}^{*}=\frac{2[a-C_H-\mu(C_L-C_H)]}{(2-\mu)b}$$

$$q_{2H}^{*}=\frac{a-C_H-\mu(C_L-C_H)}{(2-\mu)b}$$

由结果可知，在第二阶段，厂商1意识到厂商2的利润更少，市场份额只有1/3，可能会降低成本，所以预期厂商2在第三阶段的成本将变为，而厂商2对厂商1的预期仍不变，则在第三阶段，又变成了第三种情况。此时将变成，

$(c_{1H},c_{2H})(c_{1L},c_{2H})(c_{1L},c_{2L})\cdots$的无限期循环。

假设在Stage 1结束时，不是厂商1预期2会降到低成本，而厂商2对1的预期不变这种情况，也不是厂商2预期1会降到低成本，而厂商1对2的预期不变的情况，而是双方都预期对方会进入低成本，即第三种情况(C_{1L},C_{2L})。那么此时将进入$(c_{1H},c_{2H})(c_{1L},c_{2L})$的循环。再回到第一阶段的四种情况，其实无论是哪一种，都可以按上面这个循环继续无限期地进行，如果在一个阶段开始后不存在背离，而只是在阶段开始前和两个阶段衔接时的空档处出现背离，那么笔者进行的总结无外乎刚刚所说的三种循环机制。

（1）$(c_{1H},c_{2H})(c_{1H},c_{2L})(c_{1L},c_{2L})(c_{1L},c_{2L})\cdots$

（2）$(c_{1H},c_{2H})(c_{1L},c_{2H})(c_{1L},c_{2L})(c_{1L},c_{2L})\cdots$

（3）$(c_{1H},c_{2H})(c_{1L},c_{2L})(c_{1L},c_{2L})\cdots$

而均衡后两个厂商的产量都将按低成本的产量进行生产，最优产量为$q_{L}^{*}=q_{2L}^{*}=\left[a-C_L+\frac{\mu}{2}(C_H-C_L)\right]\frac{1}{3b}$。这就是引入信息不对称的无限期重复博弈的双寡头垄断模型推理结果。

结论

笔者通过最基本的双寡头垄断古诺模型，延伸到共谋，在延伸到信息不对称和无限期重复博弈，在考虑信息不对称时，我们需要注意对称性的应用，而无限期的重复博弈里运用到了时间价值（折现率），这在经济学里是一个非常重要的概念，最后笔者通过自身所学的博弈论知识对以上模型继续进行扩展，得出了完全独立创新的结论，即引入信息不对称性的无限期重复博弈双寡头模型，并推导出相应的循环结果和最优产量。

参考文献：

[1]钱枫林,樊昕.双寡头垄断市场企业定价博弈研究[J].商业时代,2011(26):97-98.

[2]柳鹏.双寡头垄断模型的博弈分析[J].现代商贸工业,2011,23(13):126-127.

[3]李贻秀.考虑学习效应的双寡头垄断企业博弈模型分析[D].南京大学,2014.

[4]张维迎.博弈论与信息经济学[M].上海:上海人民出版社,1996.

作者简介：

董璠（1994—），男，汉族，江西省上饶市，学生，硕士，中央财经大学，信息博弈论。