ISSN:2661-3263(Print);2661-3271(Online)

对高阶导数相关问题的讨论

樊晓沛
辽宁师范大学　辽宁　大连　116029

【摘　要】在数学学习中，高阶导数求导问题是学习的重点和难点，也是数学分析中一个重要板块，该类型题目的特性是运算量庞大，而且对于学生解题方法是否熟练掌握和灵活运用起到直接的反馈作用，因而在数学学习过程中要在高阶导数求解问题中多花功夫，将所学知识系统化，融会贯通，进而灵活运用。

【关键词】导数；高阶；函数

1 引言

在函数学习中，求函数的极值及寻找函数曲线拐点的问题是在讨论函数特性和绘制函数图形时经常需要计算并求解的，这对于讨论函数曲线的形态来说也是不可或缺的基本问题，而关于求解的方法一般是采用函数的二阶导数法。此方法中所出现的特殊情况是当该点的二阶导数均为零，则无法确定该点是否是函数的极值点，也无法确定该点是否是函数曲线拐点的横坐标，对于此类特殊情况，要想确定函数的极值和曲线拐点则会采用函数的更高阶导数法，如函数三阶甚至三阶以上的导数。

在数学分析以及微积分计算等各个方面均需用到泰勒公式，目前主要讨论的泰勒公式的应用是在一元函数的应用，对于二元函数中泰勒公式的应用还鲜有讨论。

2 求高阶导数的几种方法

2.1 推归法

推归法是根据定义，将函数的前几阶导数依次求出，从易到难，在求解过程中一边推导一边归纳，最后推算归纳出n阶导数，其中高阶导数的求解较难，这就需要在求解过程中由低阶入手，循序渐进，观察规律并深入思考，根据开始求解出的结果总结归纳出规律，进而得到递推公式，再利用数学归纳法反向证明。

2.2 初等变形法

初等变形法，顾名思义，就是通过变形使复杂的函数化解成容易求解的高阶导数的基本形式，从难到易，进而可以直接求导。

2.3 根据递推公式求解函数在某一点的n阶导数

该方法主要是针对无法直接求解出高阶导数的情况，此时从递推公式入手，先求解出导数的递推公式，根据递推公式推衍得到n阶导数，该方法的具体步骤是：先求解前几阶导数，得到前几阶导数之间的关系，然后根据基本运算法将等式作适当处理，再将等式两端同时求导，进而就能得到导数的一般递推公式，最后推导出n阶导数。

2.4 利用泰勒展开式求函数的n阶导数

如果函数 f(X)在点a存在n阶导数，则函数f(X)按(x−a)的幂展开的幂级数，必是f(X)的泰勒展开式。

2.5 利用一类特殊复合函數的高阶导数公式求导

2.6 先拆项再求导法?

先拆项再求导的方法对一些在拆项后会变成若干基本形式之和,而这些基本形式容易求解高阶导数的函数非常适用,通过拆项成基本形式，再利用导数的基本运算法则将各个拆得的分项进行求导。该方法的应用如对有理分式函数求解高阶导数，就可以通过先转化拆解为各个分式再求导的方法，而应用该方法的关键就是要熟记一些基本函数的高阶导数的基本形式，这样才能快速准确的求解。

2.7 利用Leibniz公式直接求高阶导数

Leibniz公式求高阶导数方法的核心是将所要求解的函数转化为两个n阶可导的函数的积函数，再成立公式，套用Leibniz公式进而求解高阶导数。

上述为几种求高阶导数的常用的方法，然而数学题目是千变万化的，各式各样的题目错综复杂，上述几种典型方法并不能囊括所有解题方法，也不能认为掌握上述几种方法就是万能的，在学习过程中重要的是在掌握几种基本方法后的灵活运用，通过将各个孤立的方法融会贯通，活学活用，才能应对千变万化的各个题目类型。

3 高阶导数的应用

高阶导数的应用非常广泛，其主要应用有：证明与高阶导数有关的命题、利用高阶导数求曲线的拐点以及利用高阶导数求函数的极值，这三种类型也是常见的几种题目类型，对于高等数学学习来说具有重要意义。在证明与高阶导数有关的命题中一般会用到泰勒公式进行解题；而寻找函数曲线拐点对于讨论函数曲线性态或者描绘函数图形来说具有重要作用，多是采用拐点来描述；而极值通常是用来讨论函数的特性。

4 二阶常系数非齐次线性微分方程

学生在学习该类型微分方程时，认为教材中利用特征根法和待定系数法不易理解和不易接受，同时求特解过程相当繁琐，很容易出错，可采用简化该类型微分方程求特解的解法。

二阶常系数非齐次线性微分方程在高等数学中常微分方程这一章中占有重要地位作用，从而掌握求二阶常系数非齐次线性微分方程的通解是必要的.

基本过程：一般二阶常系数非齐次线性微分方程，利用升阶法与公式的混合应用，学生容易接受理解，计算过程不繁琐，计算量大大减小，普适性强，分化了难点，激发了学生的学习兴趣和提高了学生对数学的理解能力。

5 函数与极限学习目的

理解函数的概念，对函数的几种表示方法熟练掌握，针对一些简单的应用问题可以通过建立函数关系式来表示，并通过函数关系式来解决实际中的应用问题，将应用问题简单化、清晰化；对函数的基本特性有所了解，主要包括函数的奇偶、函数周期、函数单调性、函数连续性等概念，熟知不同函数图形特性；能够区分复合函数和分段函数，了解二者的基本概念，还要能够了解反函数及隐函数及二者的概念、意义；函数中一个重要概念是极限，极限又包含左极限和右极限，要能够判别极限是否存在，能够根据运算法则求解极限，同时还要能够了解左极限和右极限之间的关系。此外，对于函数的无穷大和无穷小的概念要能够理解并掌握。

参考文献：

[1]华东师范大学数学系.数学分析[M]. 3版.北京:高等教育出版社,2001.

[2]陈守信.数学分析选讲[M].北京:机械工业出版社,2009.

[3]周学松.一类复合函数的高阶导数公式及其应用[J] .华东交通大学学 2004.21(5):154-156.