

# 动态规划问题案例分析

张慕洁<sup>1</sup> 何红强<sup>2</sup>

1. 上海海洋大学, 中国·上海 201306  
2. 上海海事大学, 中国·上海 201306

**【摘要】** 运筹学 (Operational Research) 是一门应用科学, 旨在应用分析、试验和量化的方法, 对经济管理系统中的人力、物力、财力等资源进行统筹安排, 充分利用有限的资源为待做出的决策提供最优方案, 进而实现最有效的管理、获得最大的目标效益。而管理运筹学, 是将运筹学的方法应用到管理中, 是多门学科的交叉融合, 涉及到的领域遍及工业生产和制造, 经济管理, 建筑工程设计, 国防安全, 人文科学等, 也被称为管理科学。

**【关键词】** 管理运筹; 案例分析; 动态规划

## 1 管理运筹学介绍

管理运筹学的应用范围广, 发展前景广阔, 在许多行业中都起着不可替代的作用。例如, 在营销中, 它可以用于广告预算、竞价、产品开发和销售工作计划等。在城市管理执法部门中, 常应用管理运筹学来设计和使用各种紧急服务系统, 并为消防安全部门, 紧急车辆和巡逻车辆创建分配点。这是一门综合性的学科研究, 在未来的科学研究中, 管理运筹学将统筹协调各行各业的发展布局。

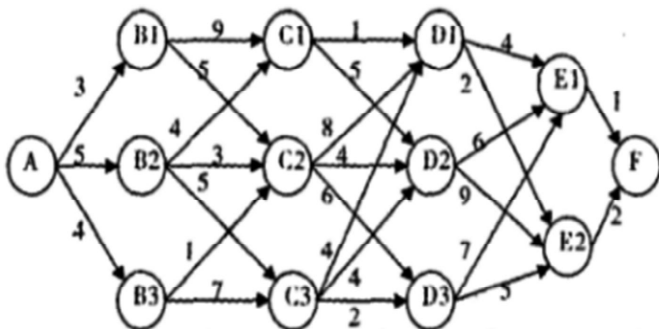
就中国而言, 我国正处于经济社会的发展阶段, 通过开设管理运筹学这门学科, 能够使學生有机会接触真实案例, 运用所学的线性规划模型、整数规划、目标规划、存储论、排队论、效应理论、决策树、表上作业法等知识解决实际问题, 亲身体会将理论应用于实践的过程和方法, 进而有效提高高校管理科学与工程类专业的人才培养质量, 为祖国各个领域的管理、控制等岗位储备人才。

本文将针对管理运筹学的一个动态规划问题中的最短路径问题案例进行分析, 使读者对此类问题有深入的了解。

## 2 案例分析

### 2.1 提出问题

某公司要将一批货物从出发站A处送到接收站F处, A和F之前的路线如下图所示, 其中A为发货处, F为目的地, 中间结点表示中转站, 线段表示可以经过的路径, 线段旁的数字表示各个结点之间的距离。试问, 该公司应当如何运送, 才能使送货线路最短?



### 2.2 分析问题

这是一个动态规划问题中的最短路径问题。根据题目给出的网络图, 可以将运输过程划分为五个阶段: 第一阶段以A为起点, 以(B1, B2, B3)为终点;

第二阶段以(B1, B2, B3)为起点, (C1, C2, C3)为终点;

第三阶段以(C1, C2, C3)为起点, (D1, D2, D3)为终点;

第四阶段以(D1, D2, D3)为起点, (E1, E2)为终点;

第五阶段是以(E1, E2)为起点, F为终点。

根据所学运筹学的知识, 此五阶段决策过程的最优化问题可用动态规划来求解——将这个五阶段的决策问题化成一系列单阶段决策问题。

### 2.3 方法介绍

用动态规划来求解此问题, 将用到最优化原理以及逆序解法。

最优化原理:

从最短路上的每一点到终点的部分道路, 也一定是从该点到终点的最短路。

逆序解法:

以最后一个阶段开始, 沿着终点向始点的方向一个按阶段逆推, 找出各点到终点的最短路, 进而找出始点到终点的全过程的最短路。

### 2.4 解决问题

#### 第五阶段

从第五阶段开始。在第五阶段中有两个始点E1和E2, 终点只有一个点为F点, 无论始点是D1还是D2, 最佳终点都是E点, 尽管目前不能确定全过程的最短路径是否经过E1(或E2), 但一旦经过E1, (或E2), 则此段路的下一步一定是从E1(E2)到F。

第五阶段的结果可表示如下:

阶段五			
本阶段始点 (状态)	本阶段各终点 (决策)	到F的最短距离	本阶段最优决策终点 (最优决策)
	F		
E1	1	1	F
E2	2	2	F

#### 第四阶段

在第四阶段中有三个始点D1, D2, D3, 终点有E1和E2。当以D1为始点时, 若经过E1到F, 那么距离是4+1=5; 若经过E2

到F, 那么距离是  $2+2=4$ 。因此, 若以D1 作为始点, 必须走D1—E2—F 才能有最短路径。

同理, 若以D2 作为始点, 必须走D2—E1—F 才能有最短路径。以D3 作为始点, 须走D3—E2—F 才有最短路径。

第四阶段的结果可表示如下:

阶段四				
本阶段始点 (状态)	本阶段各终点 (决策)		到F的最短距离	本阶段最优决策终点 (最优决策)
	E1	E2		
D1	$4+1=5$	$2+2=4$	4	E2
D2	$6+1=7$	$9+2=11$	7	E1
D3	$7+1=8$	$5+2=7$	7	E2

第三阶段

在第三阶段中有三个始点C1, C2, C3, 终点有D1, D2和D3。当以C1 为始点时, 须走C1—D1—E2—F 才能有最短路径。当以C2 为始点时, 须走C2—D2—E1—F 才能有最短路径。当以C3 为始点时, 须走C3—D1—E2—F 才能有最短路径。

第三阶段的结果可表示如下:

阶段三					
本阶段始点 (状态)	本阶段各终点 (决策)			到F的最短距离	本阶段最优决策终点 (最优决策)
	D1	D2	D3		
C1	$1+4=5$	$5+7=12$	——	5	D1
C2	$8+4=12$	$4+7=11$	$6+7=13$	11	D2
C3	$4+4=8$	$4+7=11$	$2+7=9$	8	D1

第二阶段

在第二阶段中有三个始点B1, B2, B3, 终点有C1, C2和C3。当以B1 为始点时, 须走B1—C1—D1—E2—F 才能有最短路径。当以B2 为始点时, 须走B2—C1—D1—E2—F 才能有最短路径。当以B3 为始点时, 须走B3—C3—D1—E2—F 才能有最短路径。

第二阶段的结果可表示如下:

阶段二					
本阶段始点 (状态)	本阶段各终点 (决策)			到F的最短距离	本阶段最优决策终点 (最优决策)
	C1	C2	C3		
B1	$9+5=14$	$5+11=1$	——	14	C1
B2	$4+5=9$	$3+11=1$	$5+8=13$	9	C1
B3	——	$4+7=11$	$2+7=9$	12	C2

第一阶段

在第一阶段中只有一个始点A, 终点有B1, B2和B3。以A 为始点时, 须走A—B2—C1—D1—E2—F 才能有最短路径。

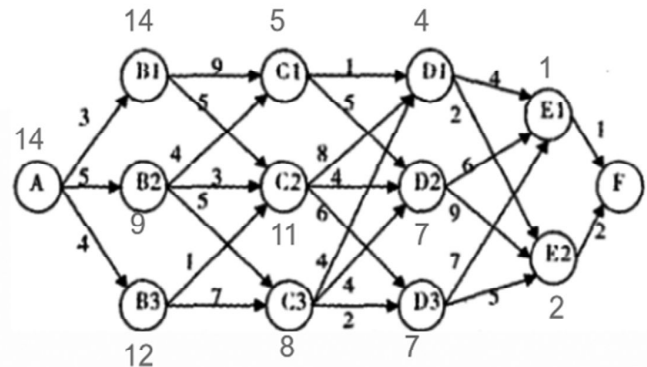
第一阶段的结果可表示如下:

阶段一					
本阶段始点 (状态)	本阶段各终点 (决策)			到F的最短距离	本阶段最优决策终点 (最优决策)
	B1	B2	B3		
A	$3+14=17$	$5+9=14$	$4+12=16$	14	B2

由此得到了此问题的最短路: A—B2—C1—D1—E2—F。最短长度为14。

题目后记:

利用动态规划的方法, 不仅求出了全过程的最短路, 也求出了图上的任一点到F的最短路径和最短距离, 如下图, 蓝色字体显示的就是从该点到终点F的最短距离。



### 3 结尾

随着客观问题和具体问题的发展趋势, 现如今, 运筹学不仅对经济发展和国防等主题活动进行科学研究, 它已经渗透到日常生活中。管理运筹学是一门强调理论结合实践的学科, 老师在授课时不仅应有基本原理和算法的讲授, 并需从实际问题出发, 教会学生如何从这些问题中抽象出运筹学的模型, 使用科学研究数据有效地选择每个过程, 以及如何使用综合对策来取得最佳结果。

总而言之, 管理运筹学的学习不仅能带来是知识方面的增长, 也要教会如何将理论联系实践, 不仅要能够纸上谈兵, 更需实操, 面对实际问题时要有更加周密的思考, 将所学的理论知识应用到问题的解决中。

### 参考文献:

- [1] 钱颂迪. 运筹学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [2] 韩伯棠. 管理运筹学 (第四版) [M]. 高等教育出版社, 2015.
- [3] 李步军, 王继顺, 王顺绪. 求解最短路径问题的DNA动态规划算法 [J]. 齐齐哈尔大学学报 (自然科学版), 2010 (04): 79-81.
- [4] 孙晚华. 关于动态规划顺序求解法的教学探讨 [J]. 北京交通大学学报: 社会科学版, 2004, 003 (001): 62-64.
- [5] 孙晓燕, 李自良, 彭雄凤等. 利用动态规划求解运输问题的最短路径 [J]. 机械设计与制造, 2010 (2): 223-224.