电力市场中有功和无功电价模型研究

张 莉

（广东电网公司揭阳供电局 揭阳 522000）

摘要：针对电力市场中的交易状况，分析了现有电价理论的研究现状；围绕电价这一主题，分析了影响电价制定的因素；在既有电能量交易，又有无功服务交易的电力市场中，建立了综合考虑有功和无功的电价数学模型，考虑了静态电压和暂态电压对电价制定的影响。然后又分别建立非线性电能量交易和无功服务独立出清的交易数学模型。

关键词：电能市场；电价模型；有功电价；无功电价；节点边际电价

1 引言

一个竞争有序、运行良好的电力市场，其电价必然是公平合理的，而其模型也尽量能真实可靠地反映发电、输电、配电及用户的供用电情况，尽可能兼顾各参与者的利益。电力系统为了保证其安全稳定运行并能保证一定的供电质量，需要有足够的辅助服务。尤其在电力市场环境下，无功功率管理和定价对电力市场运营具有重要意义[1]。

在传统电力系统中，有功功率负荷最优分配的目的在于：在供应同样大小负荷有功功率的前提下，使单位时间内的能源消耗量最小，忽略了无功的影响[2]。合理配置的无功功率电源和电压水平可以降低网络中的有功功率损耗，从而提高整个系统的运行效率。在电力市场环境下，无功功率是有电价的，电网公司通过合理地购买无功电量可以降低网络的有功功率损耗或减少由于电压越限、电压稳定破坏而给电网公司带来的违约赔款支出，从而给整个电力系统带来很好的经济效益。随着电力市场研究的不断发展和实践的深入，对无功定价逐渐有了更清晰的认识。

本文中在既有电能量交易，又有无功服务交易的电力市场中，建立了非线性电能量交易和无功服务联合出清的交易数学模型。并且建立了非线性电能量交易和无功服务分别出清的交易数学模型。该模型中考虑了系统运行的安全性和经济性。推到出了节点的边际电价。

2 非线性电能量交易和无功服务联合出清的数学模型。

目前已有的电机模型大多为实时有功电价模型，忽略了无功对系统的影响。然而对于电力系统安全运行来讲，需要对有功和无功负荷同时进行管理，并且有功和无功是相互关联的，因此，除有功电价外，在分析电价问题时要考虑有功和无功的相互影响[3]。

在电力系统中，无功的主要作用体现在安全和经济方面，一方面，无功对有功的传输有一定的支持作用，因而目标函数中要体现减少有功损耗或降低有功购买成本。同时，在电力市场中，无功本身的生产维护成本也不再被忽略。另外，可用优化潮流的安全约束来保证系统的安全稳定。综上所述，采用最优潮流模型来联合求解各节点有功和无功边际电价，将发电机的有功电价和无功电价以及投入电容器的无功电价作为目标函数。目标函数为：

$$\min F=\sum_{i\in N_G}[C_{Gpi}(P_{Gi})+C_{Gqi}(Q_{Gi})]+\sum_{j\in N_C}C_{Cj}(Q_{Cj}) \quad (1)$$

式（1）N_G 是系统发电机节点集合；N_C 是系统中具有无功补偿的节点集合；$C_{Gpi}(P_{Gi})$ 为节点 i 上的有功发电成本函数，可以用二次函数近似。即

$$C_{Gpi}(P_{Gi})=a+bP_{Gi}+cP_{Gi}^{\ 2} \quad (2)$$

$C_{Gqi}(Q_{Gi})$ 为节点 i 上的无功发电成本函数。发电机提供无功的运行成本主要由损耗成本和机会成本组成。无功带来的损耗成本与无功出力具有线性的关系，机会成本可近似表示为：

$$C_{Gqi}(Q_{Gi})^{'}=r[C_{Gpi}(S_{Gi,\max})-C_{Gpi}\sqrt{S_{Gi,\max}^2-Q_{Gi}^2}] \quad (3)$$

式（3）中 $S_{Gi,\max}$ 为发电机的额定视在功率，r 为发电机有功生产的利润率，Q_{Gi} 为发电机的无功出力。所以可近似认为发电机无功的生产维护成本具有二次函数的形式，可表示为：

$$C_{Gqi}(Q_{Gi})=d+eQ_{Gi}+fQ_{Gi}^{\ 2} \quad (4)$$

$C_{cj}(Q_{Cj})$ 为节点 j 上的无功补偿运行成本函数,不会产生机会成本，故其运行成本可以用线性函数形式表示为：

$$C_{Cj}(Q_{Cj})=m_{Cj}Q_{Cj} \quad (5)$$

约束条件为：

1） 系统潮流方程：

$$P_{Gi}-P_{Li}-\sum_{j=1}^{N}U_iU_j\,|Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\theta_j-\theta_i)=0 \quad (6)$$

$$P_{Gi}-P_{Li}-\sum_{j=1}^{N}U_iU_j\,|Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\theta_j-\theta_i)=0 \quad (7)$$

2） 发电机有功和无功出力约束：

$$P_{Gi,\min}\le P_{Gi}\le P_{Gi,\max} \quad (8)$$

$$Q_{Gi,\min}\le Q_{Gi}\le Q_{Gi,\max} \quad (9)$$

3） 电容器无功补偿出力约束

$$Q_{Ci,\min}\le Q_{Ci}\le Q_{Ci,\max} \quad (10)$$

4） 输出极限约束：

$$P_{ij,\min} \le P_{ij} \le P_{ij,\max} \quad i,j \in N \text{，且 } i \ne j \tag{11}$$

5） 节点电压约束：

$$U_{i,\min} \le U_i \le U_{i,\max} \tag{12}$$

式中：Y_{ij} 为网络导纳矩阵中第 i 行第 j 列元素；θ_{ij} 为导纳 Y_{ij} 的相角；N 为节点号；P_{Gi} 和 Q_{Gi} 分别为连接于节点 i 的发电机的有功和无功出力；P_{Li} 和 Q_{Li} 分别连接于节点 i 的有功和无功负荷需求；$P_{Gi,\max}$ 和 $P_{Gi,\min}$ 分别为连接于节点 i 的发电机的有功出力的上下限；$Q_{Gi,\max}$ 和 $Q_{Gi,\min}$ 分别为连接于节点 i 的发电机的无功出力的上下限；U_i 、$U_{i,\max}$ 和 $U_{i,\min}$ 分别为节点 i 的电压及其上下限；P_{ij} 、$P_{ij,\min}$ 、$P_{ij,\max}$ 是连接节点 i 和节点 j 的输电线路 ij 的有功潮流以及最小和最大输送有功功率。

则求得无约束的增广拉格朗日函数为：

$$\begin{aligned}
L = & \sum_{i \in N_G} [C_{Gpi}(P_{Gi}) + C_{Gi}(Q_{Gi})] + \sum_{j \in N_C} C_{Cj}(Q_{Cj}) \\
& - \sum_{i \in N} \lambda_{pi} \{P_{Gi} - P_{Li} - \sum_{j=1}^{N} U_i U_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \theta_j - \theta_i)\} \\
& - \sum_{i \in N} \lambda_{qi} \{Q_{Gi} - Q_{Li} - \sum_{j=1}^{N} U_i U_j |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \theta_j - \theta_i)\} \\
& + \sum_{i \in N_G} \mu_{pi,\min}(P_{Gi,\min} - P_{Gi}) + \mu_{pi,\max}(P_{Gi} - P_{Gi,\max}) \\
& + \sum_{i \in N_G} \mu_{qi,\min}(Q_{Gi,\min} - Q_{Gi}) + \mu_{qi,\max}(Q_{Gi} - Q_{Gi,\max}) \\
& + \sum_{i \in N_C} \gamma_{ci,\min}(Q_{Ci,\min} - Q_{Ci}) + \gamma_{ci,\max}(Q_{Ci} - Q_{Ci,\max}) \\
& + \sum_{\substack{i \ne j \\ j \in N}} [\eta_{ij,\min}(P_{ij,\min} - P_{ij}) + \eta_{ij,\max}(P_{ij} - P_{ij,\max})] \\
& + \sum_{i \in N} \upsilon_{i,\min}(U_{i,\min} - U_i) + \upsilon_{i,\max}(U_i - U_{i,\max})
\end{aligned} \tag{13}$$

其中 λ_{pi} 、λ_{qi} 、$\mu_{pi,\min}$ 、$\mu_{pi,\max}$ 、$\mu_{qi,\min}$ 、$\mu_{qi,\max}$ 、$\gamma_{ci,\min}$ 、$\gamma_{ci,\max}$ 、$\eta_{ij,\min}$ 、$\eta_{ij,\max}$ 、$\upsilon_{i,\min}$ 、$\upsilon_{i,\max}$ 分别为相应约束的拉格朗日乘子。

根据拉格朗日函数求极小值原理，该优化问题的最优解处有：

$$\begin{cases}
\dfrac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = 0 & i = 1,2,\text{L } N_G \\
\dfrac{\partial L}{\partial Q_{Gi}} = 0 & i = 1,2,\text{L } N_G
\end{cases} \tag{14}$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_{Gpi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda_{pi} + (\mu_{pi,\max} - \mu_{pi,\min}) = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{Gi}} = \frac{\partial C_{Gpi}(Q_{Gi})}{\partial Q_{Gi}} - \lambda_{qi} + (\mu_{qi,\max} - \mu_{qi,\min}) = 0 \tag{16}$$

结合式（12）~（15），可以得到

$$\lambda_{pi} = \frac{\partial C_{Gpi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} + (\mu_{pi,\max} - \mu_{pi,\min}) \tag{17}$$

$$\lambda_{qi} = \frac{\partial C_{Gpi}}{\partial Q_{Gi}} + (\mu_{qi,\max} - \mu_{qi,\min}) \tag{18}$$

λ_{pi} 、λ_{qi} 分别对应潮流方程等式约束的不平衡导致的目标函数值的变化，即节点 i 的有功出力和无功出力的微小变化所引起的成本的变化。因而，λ_{pi} 、λ_{qi} 分别为节点 i 的有功和无功电价。

此模型的目标函数是使全网有功和无功功率发电总成本最小化，由于在最优潮流中潮流方程列为约束条件，故降低发电总成本实际上隐含了降低网损及实现无功潮流优化的目标。

3 电力市场中有功单独出清的数学模型

忽略无功的影响，只考虑有功交易。假定发电机在某个时段的生产成本可表示为其有功发电功率的函数，目标函数是使全网发电机的有功发电成本最小化：

$$\min F = \sum_{i \in N_G} C_{Gpi}(P_{Gi}) \tag{19}$$

式中 N_G 是发电机集合，$C_{Gpi}(P_{Gi})$ 为节点 i 上的有功发电成本函数，可以用二次函数近似。即 $C_{Gpi}(P_{Gi}) = a + bP_{Gi} + cP_{Gi}^2$

约束条件为：

1） 节点的有功平衡方程：

$$P_{Gi} - P_{Li} - \sum_{j=1}^{n} U_i U_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \theta_j - \theta_i) = 0$$

（20）

$$P_{Gi} - P_{Li} - \sum_{j=1}^{N} U_i U_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \theta_j - \theta_i) = 0$$

（21）

2） 发电机有功出力约束：

$$P_{Gi,\min} \le P_{Gi} \le P_{Gi,\max} \quad i \in N_G \tag{22}$$

2）输出极限约束：

$$P_{ij,\min} \le P_{ij} \le P_{ij,\max} \quad i,j \in N \text{，且 } i \ne j \tag{23}$$

3）节点电压约束：

$$U_{i,\min} \le U_i \le U_{i,\max} \tag{24}$$

把所有的等式和不等式约束乘以各自对应的拉格朗日乘子，得到一个增广拉格朗日函数：

$$\begin{aligned}
L = & \sum_{j \in N_G} C_i(P_{Gi}) \\
& - \sum_{i \in N} \lambda_{pi} \{P_{Gi} - P_{Li} - \sum_{j=1}^{N} U_i U_j |Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \theta_j - \theta_i)\} \\
& - \sum_{i \in N} \lambda_{qi} \{Q_{Gi} - Q_{Li} - \sum_{j=1}^{N} U_i U_j |Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \theta_j - \theta_i)\} \\
& + \sum_{i \in N_G} \mu_{pi,\min}(P_{Gi,\min} - P_{Gi}) + \mu_{pi,\max}(P_{Gi} - P_{Gi,\max}) \\
& + \sum_{\substack{i \ne j \\ j \in N}} [\eta_{ij,\min}(P_{ij,\min} - P_{ij}) + \eta_{ij,\max}(P_{ij} - P_{ij,\max})] \\
& + \sum_{i \in N} \upsilon_{i,\min}(U_{i,\min} - U_i) + \upsilon_{i,\max}(U_i - U_{i,\max})
\end{aligned} \tag{25}$$

在该问题的最优解处有：

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda_{pi} + (\mu_{pi,\max} - \mu_{pi,\min}) = 0 \tag{26}$$

由式（25）（26）得出

$$\lambda_{pi} = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} + (\mu_{pi,\max} - \mu_{pi,\min}) \tag{27}$$

节点 i 的实时有功电价和边际电价为：

$$\rho_{pi} = \lambda_{pi} = \frac{\partial C_{Cpi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} + (\mu_{pi,\max} - \mu_{pi,\min}) \tag{28}$$

4 电力市场中无功单独出清数学模型

无功辅助服务一般指为了维持系统正常的电压水平而进行的无功调度。与有功服务不同，无功辅助服务可以由系统中多种类型的提供者提供，它们包括发电机、同步调相机、并联电容器、并联电抗器、静止无功补偿器等[6]。

在电力市场环境下，充足且合理分布的无功服务是保证电力系统稳定性，尤其是电压稳定性的重要因素。其次，合理分布的无功服务有利于提高系统的输电能力，增加系统的有功交易水平，提高电力市场运营的效率。当系统发生阻塞时，还可以通过对无功服务的重新调度来进行阻塞管理。另外，在电力市场环境下，无功功率是系统运行人员用来减少网络损耗的一种有效手段[7]。

无功电价和有功电价一样，可以分为容量价格和电量价格，容量价格的目的是无功设备的投资费用的回收价值，而电量电价的目的是为了收回无功的运行费用[8]。随着无功市场的逐步建立，应该正确计其费用。对于比较完善的电力市场，应该考虑电厂无功的机会成本和无功设备的投资费用，在已知各无功源发电费用函数的情况下，可以提出无功电价模型：

$$\min F=\sum_{i\in N_G} C_{Gqi}(Q_{Gi})+\sum_{j\in N_C} C_{Cj}(Q_{Cj}) \tag{29}$$

式中 $\sum\limits_{i\in N_G} C_{Gqi}(Q_{Gi})$ 为无功发电费用函数，可认为它只是一种机会成本函数，表示为：

$$\begin{aligned} C_{Gqi}(Q_{Gi}) &= r[C_{Gpi}(S_{Gi,\max})-C_{Gpi}\sqrt{S_{Gi,\max}^2-Q_{Gi}^2}] \\ &= d+eQ_{Gi}+fQ_{Gi}{}^2 \end{aligned} \tag{30}$$

$\sum\limits_{j\in N_C} C_{Cj}(Q_{Cj})$ 为无功补偿器的无功生产成本函数。

约束条件为：

目标函数的等式约束为：

1） 节点的无功平衡方程：

$$P_{Gi}-P_{Li}-\sum_{j=1}^{N} U_iU_j|Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\theta_j-\theta_i)=0 \tag{31}$$

$$Q_{Gi}-Q_{Li}-\sum_{j=1}^{n} U_iU_j|Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\theta_j-\theta_i)=0 \tag{32}$$

2） 无功源出力约束：

$$Q_{Gi,\min}\le Q_{Gi}\le Q_{Gi,\max} \tag{33}$$

3）电容器无功补偿出力约束：

$$Q_{Ci,\min}\le Q_{Ci}\le Q_{Ci,\max} \tag{34}$$

4）节点电压约束：

$$U_{i,\min}\le U_i\le U_{i,\max} \tag{35}$$

6） 变压器分接头约束：

$$T_{i\min}\le T_i\le T_{i\max} \tag{36}$$

有上述各式组成的拉格朗日函数为：

$$\begin{aligned} L=&\sum_{i\in N_G} C_{Gqi}(Q_{Gi})+\sum_{j\in N_C} C_{Cj}(Q_{Cj}) \\ &-\sum_{i\in N}\lambda_{pi}\{P_{Gi}-P_{Li}-\sum_{j=1}^{N} U_iU_j|Y_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\theta_j-\theta_i)\} \\ &-\sum_{i\in N}\lambda_{qi}\{Q_{Gi}-Q_{Li}-\sum_{j=1}^{N} U_iU_j|Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\theta_j-\theta_i)\} \\ &+\sum_{i\in N_G}\mu_{qi,\min}(Q_{Gi,\min}-Q_{Gi})+\mu_{qi,\max}(Q_{Gi}-Q_{Gi,\max}) \\ &+\sum_{i\in N_C}\gamma_{ci,\min}(Q_{Ci,\min}-Q_{Ci})+\gamma_{ci,\max}(Q_{Ci}-Q_{Ci,\max}) \\ &+\sum_{i\in N}\upsilon_{i,\min}(U_{i,\min}-U_i)+\upsilon_{i,\max}(U-U_{i,\max}) \\ &+\sum_{i\in N_L}\tau_{ti,\min}(T_{i,\min}-T_i)+\tau_{ti,\max}(T_i-T_{i,\max}) \end{aligned} \tag{37}$$

在该问题的最优解处有：

$$\frac{\partial L}{\partial Q_{Gi}}=\frac{\partial C_{Gqi}(Q_{Gi})}{\partial Q_{Gi}}+\frac{\partial C_{Ci}(Q_{Ci})}{\partial Q_{Gi}}-\lambda_{qi}=0 \qquad (38)))$$

得到节点 i 的无功电价为：

$$\lambda_{qi}=\frac{\partial C_{Gqi}(Q_{Gi})}{\partial Q_{Gi}}+\frac{\partial C_{Ci}(Q_{Ci})}{\partial Q_{Gi}} \tag{39}$$

式中： $T_{i,\min}$ 和 $T_{i,\max}$ 为节点 i 可调变压器分接头变比上下限；λ_{qi}、$\mu_{qi,\min}$、$\mu_{qi,\max}$、$\gamma_{ci,\min}$、$\gamma_{ci,\max}$、$\upsilon_{i,\min}$、$\upsilon_{i,\max}$、$\tau_{ti,\min}$、$\tau_{ti,\max}$ 为相应约束条件的拉格朗日乘子。

5 结论

随着电力市场的发展，基于无功服务的重要性和复杂性，本文分析了有功和无功单独出清为基础的电价模型，并针对无功服务的优点，具体介绍了有功和无功联合出清的数学模型。各个模型的建立，利于整个系统的稳定、安全与市场的规范化运行。

参考文献：

[1]曾鸣，孙昕，张启平．电力市场交易与电价理论及其应用[M]．北京：中国电力出版社，2003.

[2]常玉波，孙洪波，周家启．新的实时有功无功电价模型及算法[J]．电网技术，1997(11)：62－65.

[3]赵晋泉，侯志俭，吴际舜．新的基于最优潮流的有功无功一体化实时电价模型及算法[J]．上海交通大学学报，1999(12)：1558－1651.

[4]谢开，宋永华，于尔铿等．基于最优潮流的实时电价分解模型及其内点法实现[J]．电力系统自动化，1999(2)：5－10.

[5]戴彦，倪以信，文福栓，韩祯祥．基于潮流组成分析及成本分摊的无功功率电价[J]．电力系统自动化，2000(18)：13－16.

[6]方军，张永平，陈寿孙等．计及无功功率成本及其资源价值的无功采购方法[J]．2002(20)：29－33.

[7]赵晋泉．电力系统最优潮流与电力市场定价理论［Ｄ］．上海交通大学,博士学位论文，2003，3.

[8]王承民，侯志俭．实时电力交易中平均成本和边际成本定价理论研究[J]．2004(5)：11－16.