

趋势分析法在变形监测网稳定性分析中的可行性研究

陈 威

(中国能源建设集团湖南省电力设计院有限公司 长沙 410007)

摘要：为研究趋势分析法在变形监测控制网稳定性分析中应用的可行性，结合华东琅琊山抽水蓄能电站水工外部结构变形监测控制网复测项目，建立了基于分形理论的趋势分析法，并提出一种建立判断阈值的方法。通过与平均间隙法和 t 检验法进行比较分析，验证了趋势分析法在变形监测控制网稳定性分析中是可行的。

关键词：趋势分析法；稳定性分析；变形监测

1 引言

目前，控制网稳定性分析的常用方法主要有平均间隙法、t 检验法和限差分析法等。平均间隙法是一种整体性检验方法^[1-2]，其理论严密，但为找出网中的不稳定点需结合分块间隙法进行，当点位较多时计算量较大，同时，由于目前大部分的平差软件在平差过程中并不提供平均间隙法所必须的未知数的协因数阵，这就需要测量工作者花费大量时间解算协因数阵。t 检验法的计算过程同样需要计算协因数阵，因此，计算量较大，效率相对较低。限差分析法计算过程相对简单，在工程上有一定的适用性，但该方法更多的需要依靠工程经验来确定某一限差值^[3]。因此，本文结合具体工程实例，研究了一种基于建模分析理论即趋势分析法在控制网稳定性分析中的可行性，并提出了一种建立判断阈值的方法。

2 基于分形理论的趋势分析法

2.1 基本原理

趋势分析法是在总结事物客观发展规律的基础上，对考察对象的既有状态或未来发展趋势进行科学有效判断与预测的一种理论方法。该方法通过分析历史数据的发展趋势，深层次把握研究对象的活动规律，通过建立模型预测研究对象的未来变化趋势。目前，趋势分析法已经广泛应用于审计、医疗、军事等多个领域。当把该方法应用于测量专业时，趋势分析法^[4-5]表示的是一种建立在多期观测数据基础之上的建模分析方法，据此，可以尝试将趋势分析法应用到控制网的稳定性分析中去。使用趋势分析法进行控制网稳定性分析的基本原理是根据以往多期观测数据模拟出控制网中某一点位的变化趋势，当趋势模拟值与实测值之间的差值超过某一设定阈值时，认为该点在两期测量期间发生了移动，反之，则认为该点处于稳定状态。以建立线性模型为例，当模拟值与实测值的关系如图 2-1 (a) 所示时，表示该点位处于稳定状态；当模拟值与实测值的关系如图 2-1 (b) 所示时，则表明该点位在两期测量期间发生了位移。

趋势分析法在控制网稳定性分析中的判断结果主要与建模方法和阈值有关，目前常用的建模方法主要有线性回归法、灰色模型、神经网络、分形理论等等。本部分将结合分形理论对趋势分析法在控制网稳定性分析中

的应用进行进一步研究。

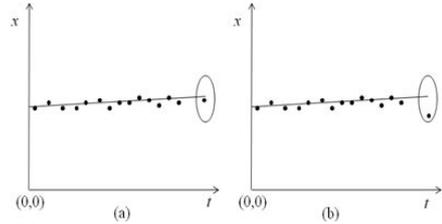


图 2-1 趋势分析法判断示意图

分形理论是基于部分与整体之间的相似性，直接从研究对象的本身出发来研究系统自身固有规律的一整套理论方法，它可以揭示深藏在系统中看似毫无规则的组织形式^[6]。自诞生以来，尤其是 20 世纪 90 年代后，分形理论开始在很多不同领域得到了成功的应用。

分形理论可以使用幂指数分布来表示：

$$N = \frac{C}{r^D} \quad (1)$$

进一步推算得到：

$$D = \frac{\ln N - \ln C}{\ln(1/r)} \quad (2)$$

上式中，r 表示系统特征线度，如时间；N 表示与 r 有关的相关物理量；C 表示某一特定常数；D 表示维数，即反应组织结构的量。分形理论根据分维形式的不同可以分为常维分形和变维分形两种常用模型^[7]。

(1) 常维分形

顾名思义，常维分形指的是分形维数 D 为常数的分形模式，该模型在双对数坐标系中表现为一条直线。在此情况下，系统中只需存在两组有效数据 (N_i, r_i) 、 (N_j, r_j) ，由上式 (2) 便可计算得到分形维数 D 和常数 C 的值：

$$D = \frac{\ln N_i - \ln N_j}{\ln r_j - \ln r_i} \quad (3)$$

$$C = N_i r_i^D \quad (4)$$

需要注意的是当 N 和 r 中存在负数时，上式将无法进行对数运算，面对这种情况只需将全部数据点加上一个特定的常数，即对所有数据点进行统一的平移变换便可达到消除所有负数的目的。

常维分形适用于维数 D 为固定常数的情形，当双对数坐标系中出现了非线性的函数关系时，一种处理方法便是使用最小二乘方法求解出分形参数 D，但是这样求解得到的参数 D 会影响构造的模型精度。因此，面对这种情况时，通常会采用变维分形的方法来构造模型。

(2) 变维分形

变维分形，即在建模过程中分维参数 D 是线度 r 的函数，为不断变化的量，

$$D = F(r) \tag{5}$$

则物理量 N 与线度 r 之间的函数关系可表示为：

$$N = f(r) = \frac{C}{r^D} \tag{6}$$

因此，便可由此得到

$$D = \frac{\ln C - \ln f(r)}{\ln r} \tag{7}$$

变维分形可以在很大程度上解决常维分形无法解决的一些问题，但相应的，其在构造模型方面也相对复杂。目前常用的变维分形建模方法主要为分段变维分形建模，该方法首先是将原始数据序列进行累加和处理，变换后的数据在双对数坐标系中基本上符合直线的要求，此时便可利用常维分形的理论来进行处理，具体步骤如下^[8]：

①、分别以 $\ln(r)$ 和 $\ln(N)$ 为横坐标和纵坐标建立双对数坐标系，将原始数据序列 $(N_i, r_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 对数变换后展绘到坐标系中，将 N_i 序列作为一个基本序列，即 $N_i = (N_1, N_2, \dots, N_n)$ ；

②、根据基本序列 N_i 不断构造后续所需要的所有序列，如构造一阶累加和序列 $S1$ ，其中 $S1_1 = N_1$ ， $S1_2 = N_1 + N_2$ ， $S1_3 = N_1 + N_2 + N_3$ ， \dots ，同理便可构造出二阶、三阶、n 阶累加和序列 $S2$ 、 $S3$ 、 S_n ，即

$$\begin{aligned} \{S1\} &= \{N_1, N_1 + N_2, N_1 + N_2 + N_3, \dots, \Lambda\} \\ \{S2\} &= \{S1_1, S1_1 + S1_2, S1_1 + S1_2 + S1_3, \dots, \Lambda\} \\ \{S3\} &= \{S2_1, S2_1 + S2_2, S2_1 + S2_2 + S2_3, \dots, \Lambda\} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\{S_n\} = \{S(n-1)_1, S(n-1)_1 + S(n-1)_2, S(n-1)_1 + S(n-1)_2 + S(n-1)_3, \dots, \Lambda\}$$

③、得到原始数据的各阶累加和后，便可建立各阶累加和的变维分形模型。以建立一阶累加和的变维分形模型为例，将数据序列 $(S1_i, r_i)$ 经对数变换后在双对数坐标系中依次连接，从而得到各分段模型，分别使用常维分形方法计算各分段的分形参数；

④、使用插值法求出需要拟合的各分段的分形参数，最终得到需要的拟合点的数据。

2.2 阈值的确定

使用趋势分析法进行控制网稳定性分析时，在得到趋势值后，可以根据上图 2-1 所示的方法进行判断。但是这种方法得到的结果只是根据经验做出的直观判断，无法做到精确的定量分析。为了得到准确的判断结果需要确定定量的判断依据，即通过趋势分析法拟合出各点的变化趋势后，通过与实测值对比，当趋势值与实测值

的差值大于某一阈值时，便认为该点在两期测量之间发生了明显位移。因此，阈值的确定在很大程度上会影响最终的判断结果。目前，尚未有相关文献对该阈值的选取作过必要的研究，受到限差分析法确定阈值方法的启发，本文尝试使用以下构造阈值的方法来进行稳定性分析的研究：

$$|X_i - X_{i0}| > k\hat{\sigma} \tag{9}$$

上式中， X_i 、 X_{i0} 分别代表第 i 点的实测值和由模型得到的趋势值，k 为常数，可以取 $k = 2$ ， $\hat{\sigma}$ 的值可以通过以下公式计算得到：

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{i0})^2}{n}} \tag{10}$$

3 实例分析

本文选取某抽水蓄能电站水工外部结构平面监测网从 2004 年到 2014 年共 10 期的有效数据。为研究 2014 年控制网点的稳定性情况，以前 9 期为原始数据序列建立模型。以点位 LE5 的稳定性检验为例，说明具体情况，首先进行 X 坐标分量的稳定性检验，各期监测数据及各分段分维值见下表 3-1。

表 3-1 LE5 点 X 分量实测值及各段分形维数

序列 r	测量值 N (m)	lnr	lnN	D
1	75448.3323	0.000000000	11.231203361	
2	75448.3307	0.693147181	11.231203339	0.000000031
3	75448.3337	1.098612289	11.231203379	-0.000000099
4	75448.3318	1.386294361	11.231203354	0.000000088
5	75448.3273	1.609437912	11.231203294	0.000000267
6	75448.3324	1.791759469	11.231203362	-0.000000370
7	75448.3305	1.945910149	11.231203337	0.000000161
8	75448.3257	2.079441542	11.231203273	0.000000479
9	75448.3306	2.197224577	11.231203338	-0.000000556

以 $\ln N$ 、 $\ln r$ 分别为纵横坐标建立双对数坐标系，将序列 (N_i, r_i) 经对数转换并对 N_i 列数据进行平移放大后展绘于坐标系中，见图 3-1。

从图 3-1 可以直观地看出原始序列的分维曲线是一条无规则的曲线，且表 3-1 中的分维值 D 有正有负，因此在使用分形理论进行建模时，应使用变维分形方法。将原始序列进行一阶累加处理，并计算相应各段分维数，见下表 3-2。

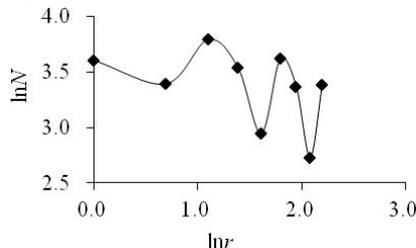


图 3-1 原始序列分维曲线

表 3-2 LE5 点 X 分量实测值一阶累加及各段分形维数

序列 r	一阶累加值 S1(m)	lnr	ln S1	D1
1	75448.3323	0.000000000	11.231203361	
2	150896.6630	0.693147181	11.924350530	-0.999999985
3	226344.9967	1.098612289	12.329815648	-1.000000024
4	301793.3285	1.386294361	12.617497719	-0.999999995
5	377241.6558	1.609437912	12.840641258	-0.999999943
6	452689.9882	1.791759469	13.022962817	-1.000000015
7	528138.3187	1.945910149	13.177113496	-0.999999999
8	603586.6444	2.079441542	13.310644879	-0.999999931
9	679034.9750	2.197224577	13.428427915	-1.000000001

同样，以 ln S1、lnr 分别为纵横坐标建

立双对数坐标系，将序列 (S1_i, r_i) 经对数转换后展绘于坐标系中，见图 3-2。

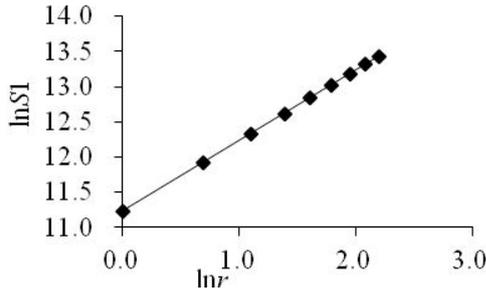


图 3-2 原始序列一阶累加值分维曲线

从图 3-2 可以看出，一阶累加和的分维曲线是一条规则的平滑曲线，结合表 3-2 中计算得到的分维数，可以看出分维数相当接近。因此，可以利用一阶累加和的分维作为整个建模的分形参数，根据已知的各段分维数来计算下一段的分维数，从而反推出点位 LE5 的 X 分量在下一时间点的位移值。具体计算方法是：为了得到 2014 年即第 10 期的位移量，需要根据第 9 期和第 10 期的两个数据序列 (r₉, S1₉)、(r₁₀, S1₁₀) 得到第 9 段折线的分维值 D1_{9,10}，此时便可根据公式 S1₁₀ = S1₉(r₁₀/r₉)^{D1_{9,10}} 计算得到第 10 期位移量，因此，只需得到第 9 段折线的分维值 D_{9,10} 即可。由收尾段分维值可计算得到整个折线的分维值总增量，记为 λ，如此得到各分段分维值的平均增量为 λ̄ = λ/8，下一步便可得到第 9 段折线的分维值 D1_{9,10} = D1_{8,9} + λ̄ = -1.000000003，则得到 X 坐标分量的第 10 期位移趋势量 X₀ = N₁₀ = S1₁₀ - S1₉ = 75448.3308 m。

接下来，按照上述步骤继续对点位 LE5 的 Y 坐标分量进行稳定性检验，得到 Y 坐标分量第 10 期的位移趋势量为 Y₀ = 19144.2745 m。

按照上述步骤，依次计算得到控制网中 9 个点的第 10 期位移趋势量，具体见表 3-3。

表 3-3 各点位第 10 期趋势值

点名	实测值 (m)		趋势值 (m)		差值 (mm)	
	X	Y	X	Y	Δ X	Δ Y
LE1	75955.2430	18812.6754	75955.2421	18812.6755	0.92	-0.05
LE2	75088.0102	18871.9062	75088.0098	18871.9053	0.42	0.83
LE3	75331.0682	18394.8317	75331.0664	18394.8297	1.75	1.99
LE4	75907.7015	18985.0664	75907.7000	18985.0659	1.54	0.54
LE5	75448.3258	19144.2671	75448.3308	19144.2745	-5.00	-7.47
LS1	75908.1215	18240.1733	75908.1238	18240.1722	-2.31	1.14
LS2	75978.0725	18349.6171	75978.0730	18349.6153	-0.56	1.81
LS3	75844.8501	19005.4306	75844.8486	19005.4299	1.47	0.65
LS4	75725.2686	19408.4534	75725.2671	19408.4528	1.52	0.63

由表 3-3，结合公式 (10) 计算得到 σ̂ = 2.45 mm。根据前文提到的确定阈值的方法可知，当某一监测点满足 |X_i - X_{i0}| > 2σ̂，即实测值和趋势值之差大于两倍的 σ̂ 时，可以判定该点位在两期测量之间发生了明显位移。从表 3-3 可得，点位 LE5 的 X 方向实测值和趋势值之差为 -5.00 mm，Y 方向实测值和趋势值之差为 -7.47 mm，二者均满足

$$|X_i - X_{i0}| > 2\hat{\sigma} = 4.90, \text{ 且其他点位的 X、Y}$$

方向实测值和趋势值之差均不满足

|X_i - X_{i0}| > 2σ̂，因此，可以判断点位 LE5 两期之间发生了明显位移，除 LE5 外的其他点位均处于稳定状态。

分别使用平均间隙法、t 检验法和基于分形理论的趋势分析法对某水电站平面监测控制网进行稳定性分析，现将三种方法得到的结果进行比较分析。

表 3-4 平面监测网稳定性分析结果

点名	LE1	LE2	LE3	LE4	LE5	LS1	LS2	LS3	LS4
平均间隙法	√	√	√	√	×	√	√	√	√
t 检验法	√	√	√	√	×	√	√	√	√
趋势分析法	√	√	√	√	×	√	√	√	√
备注	√表示点位处于稳定状态，×表示该点为动点；								

从表 3-4 可以看出三种方法得到的结论一致，由此也验证了文中提出的阈值确定方法的准确性，也说明了趋势分析法可以应用到变形监测控制网稳定性分析中去。

4 结束语

变形监测控制网是整个变形监测的基础，因此，对于变形监测控制网的稳定性分析及其重要。本文结合某水电站平面监测控制网稳定性分析实例，进行了基于分形理论的趋势分析法在控制网稳定性分析的实验验证，并将分析结果与平均间隙法和 t 检验法的结果进行对比

(下转第 35 页)

(上接第 30 页)

分析,验证了文中所提阈值确定方法的准确性。同时,也说明利用趋势分析法进行变形监测控制网稳定性分析是可行的。

参考文献:

[1]陈喜凤,刘岭,黄腾等.平均间隙法在地铁隧道平面基准网稳定性分析中的应用[J].勘察科学技术,2013(3):43-46.

[2]周伟.平均间隙法在变形监测基准点的稳定性分析[J].技术与市场,2012,19(9):70-70.

[3]黄声享,尹晖,蒋征.变形监测数据处理[M].武汉大学出版社,2010.

[4]王岩,岳建平,周保兴等.工程控制网点位稳定性分

析方法的研究[J].测绘通报,2004(8):12-14.

[5]陆静洁.趋势分析法在现金流量表分析中的应用[J].统计教育,2001(6):44-45.

[6]金永强.分形学在大坝监测数据处理中的应用[J].合肥工业大学学报:自然科学版,2006,29(11):1430-1432.

[7]李波,骆进军,远近等.分形理论在大坝安全监测中的应用[J].三峡大学学报:自然科学版,2009,31(1):34-36.

[8]宋传旺,王彦磊,于广明等.分形理论在尾矿坝监测预警中的应用[J].辽宁工程技术大学学报:自然科学版,2013,32(9):1191-1194.

作者简介:陈威(1989—),男(汉族),湖南省常德市人,硕士,主要从事精密工程测量变形监测的学习与研究。