

3-PRRR 并联机构运动学及工作空间分析

郑泽华¹ 张毅² 毋源³ 梁庆军⁴ 谢芳⁵

(西京学院 机械工程学院 陕西省西安市 710123)

摘要: 针对当前并联结构 FDM-3D 打印机工作空间小, 搭建成本高等问题, 提出了一种支链移动副共线的 3-PRRR 并联机构, 计划将其用于 3D 打印以提升设备打印性能。首先, 基于螺旋理论分析了 3-PRRR 并联机构的自由度信息, 通过矢量法建立了该机构的位置正解与逆解; 在此基础上, 使用蒙特卡洛法对机构的工作空间进行了分析。

关键词: 并联机构; 位置逆解; 位置正解; 工作空间; 3D 打印

1、引言

3D 打印也被称为快速成型技术, 是基于模型的三维数字化设计, 通过分层切片和堆叠成型等工艺流程, 将塑料、金属、混凝土甚至生物细胞材料通过层层叠加, 构造成能满足数字化设计需求的实体模型。现有并联机构的打印设备一般采用 delta 结构, 受到其运动范围限制, 导致打印空间有限, 且设备成本较高。因此开发新的并联机构用于 3D 打印领域, 有助于改善现有 3D 打印设备在结构上存在的问题。

在空间三自由度并联机构方面, J. P. Merlet [1] 等人将三自由度并联机构进行分类研究, 并对每一个机构进行综合分析, 提出了一些全新的构型设计。Clavel[2][3] 等人提出了一种包含有球面四杆机构的 DELTA 并联机构, 该机构成为了三自由度平移并联机构的典型代表。支豫等人提出了一种新型两转动一平动自由度的 3-PUU 并联机构并对其运动学与动力学性能进行了分析[4]。本文提出了一种移动副共线的空间 3-PRRR 并联机构, 并将其应用于 FDM-3D 打印领域。

2、3-PRRR 并联机构构型分析

本文所提出的 3-PRRR 空间并联机构, 其中 o-xyz 是整体坐标系, G-XcYcZc 为机构动平台的坐标, 示意图如 1 所示。该 3-PRRR 机构包含有一个动平台, 一条水平长导轨和三个具有相同结构但倾斜角度不同的支链, 第一条支链与第三条支链水平对称。图 2 为支链一的简化模型。每个支链由一个移动副与三个转动副连接动平台和定平台。P 副沿着 A₁A₂ 方向即导轨方向运动, 支链一的三个旋转轴分别是 BB', CC', DD', 互相平行。o₁ - x₁y₁z₁ 是在支链一的移动副建立的局部坐标系。

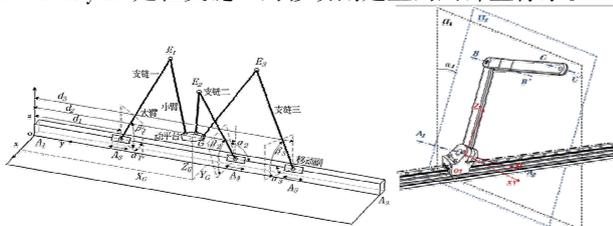


图 1 本文提出的新型 3-PRRR 并联机构图 2 并联结构支链一示意图

3、自由度分析

对 3-PRRR 并联机构末端执行器, 进行基于约束螺旋理论的修正 Kutzbach-Grubler 公式方法进行自由度分析, 以确定其自由度。

设定局部坐标系 o₁ - x₁y₁z₁ 如图 2.4 所示。则这个分支的运动螺旋系可以表示为:

$$\begin{cases} S_{11}^1 = (0 \ 0 \ 0; \sin \alpha_1 \ \cos \alpha_1 \ 0) \\ S_{12}^1 = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ S_{13}^1 = (0 \ 1 \ 0; R_{13} \ 0 \ R_{13}) \\ S_{14}^1 = (0 \ 1 \ 0; R_{14} \ 0 \ R_{14}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: 前三项表示机构绕 x、y、z 轴方向转动, 后三项表示机构沿 x、y、z 轴方向移动;

P₁₃R₁₃ 代表第一支链第二转动副位置参数;

P₁₄R₁₄ 代表第一支链第三转动副位置参数;

该螺旋系共有 4 个线性无关的螺旋构成, 其中 2 个螺旋为反螺旋。对式 (1) 求反螺旋可求出第一分支的约束螺旋为:

$$\begin{cases} S_{11}^2 = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ S_{12}^2 = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (2)$$

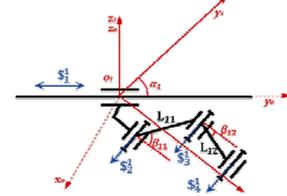


图 3 支链一简图

由于第二、三支链结构组成与第一支链近似, 约束螺旋与第一支链相同, 区别在于支链倾角, 因此可求出 3-PRRR 并联机构各支链的约束螺旋均为

$$\begin{cases} S_{11}^3 = (0 \ 0 \ 0; 1 \ 0 \ 0) \\ S_{12}^3 = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \end{cases} \quad (3)$$

该约束螺旋系包含了 2 个转动约束力偶, 其方向为限制绕转动副轴线 2 个垂直方向。

因此该 3-PRRR 机构的三条支链共施加有 6 个约束力偶于动平台上, 每个分支都提供了 2 个沿分支转动副轴线垂直方向的转动约束力偶。但由于各支链转动副的轴线方向不同, 因此所提供的约束力偶方向业不相同, 不符合公共约束存在的条件, 因此 λ = 0。将其代入冗余约束计算公式可得到:

$$v = \sum_{i=1}^F q_i - \lambda \cdot p - k = 3 - 0 - 3 = 0 \quad (4)$$

再使用修正的 Kutzbach-Grubler 公式求得机构的自由度为

$$M = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \zeta = 3 \quad (5)$$

此时已经确定该 3-PRRR 并联机构共有三个自由度，由于各分支的分支坐标系 x_i, y_i, z_i 在空间位置上交错，使得 3 个分支对动平台施加的偶量之间线性无关，从而约束了动平台的 3 个转动自由度。

4、运动学求解

设动坐标系原点 G 于基坐标系中表示为 (X_G, Y_G, Z_G) ，动平台上三个转动副到动平台中心点的距离均为 r 。各支链上的第三转动副 $C_i (i = 1, 2, 3)$ 于动坐标系 $G - x_G y_G z_G$ 下分别表示为 ${}^G C_1, {}^G C_2, {}^G C_3$ 。

各分支坐标 $o_i - x_i y_i z_i$ 下各支链上的第三转动副 $C_i (i = 1, 2, 3)$ 的坐标分别为 ${}^1 C_1, {}^2 C_2, {}^3 C_3$ 。

设定 d_1, d_2, d_3 为机构的运动输入变量，而基坐标系与分支坐标系之间旋转变换矩阵为 R_i 。3-PRRR 并联机构为三自由度平动并联机构，因此基坐标系到动坐标系为简单变换 0。通过将 C_i 点在局部坐标系下的表示坐标 ${}^i C_i$ ，基准坐标系下的表示坐标 ${}^0 C_i$ 以及动坐标系下的表示坐标 ${}^G C_i$ 三者相联立，可以得到以下的关系：

$$\begin{aligned} {}^0 C_i &= {}^G C_i + l_{0G} \quad (6) \\ {}^0 C_i &= R_i \cdot {}^i C_i + l_{0o_i} \quad (7) \end{aligned}$$

将式 (6) 与式 (7) 联立方程组并消去其中的结构变量后，可求得 3-PRRR 并联机构的运动逆解表达式：

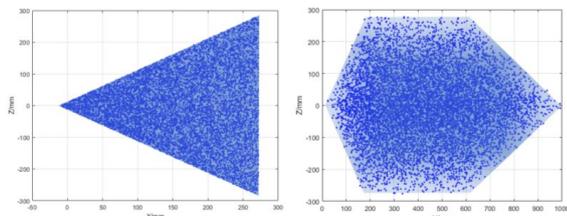
$$\begin{cases} d_1 = Y_G - \frac{\sqrt{3}r}{2} - (X_G - \frac{r}{2}) \tan \alpha_1 \\ d_2 = Y_G - Z_G \tan \alpha_2 \\ d_3 = Y_G + \frac{\sqrt{3}r}{2} + (X_G - \frac{r}{2}) \tan \alpha_2 \end{cases} \quad (8)$$

运动学正解与运动学逆解的目标相反，即通过已知机构输入变量 d_1, d_2, d_3 ，来求解动平台坐标位置 X_G, Y_G, Z_G 。可以根据得到的运动反解表达式得到运动正解表达式：

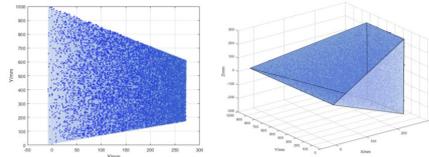
$$\begin{cases} X_G = \frac{d_3 - d_1 - \sqrt{3}r}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} + \frac{r}{2} \\ Y_G = d_1 + \frac{\sqrt{3}r}{2} + \frac{d_2 - d_1 - \sqrt{3}r}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} \cdot \tan \alpha_1 \\ Z_G = \left(d_1 - d_2 + \frac{\sqrt{3}r}{2} \right) \cot \alpha_2 + \frac{d_2 - d_1 - \sqrt{3}r}{\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2} \tan \alpha_1 \cot \alpha_2 \end{cases} \quad (9)$$

5、工作空间分析

本文使用离散化方法进行工作空间分析。通过 MATLAB 计算该机构的运动学正解并代入上述的约束条件可以对该并联机构的运动空间进行模拟，将取值空间进行离散化后使用蒙特卡洛法进行工作域分析，样本容量为 100000，求得该机构的工作域如图 4 所示。



(a) XZ 平面视图 (b) YZ 平面视图



(c) XY 平面视图 (d) 空间轴侧视图
图 4 并联机构的工作域

6、结语

本研究提出了一种支链移动副共线的三自由度空间平动机构——3-PRRR 并联机构，对其进行了运动学分析与工作空间分析。得出的主要结论有：

- (1) 该新型 3-PRRR 并联机构的自由度特性为三平移自由度，即可实现沿 X 轴，Y 轴，Z 轴的移动，满足 3D 打印工作的自由度要求。
- (2) 通过矢量法建立了该机构的位置正解与逆解，提升了该并联机构的准确性。
- (3) 3-PRRR 并联机构的弓足总空间连续无间断，且横向方向尺寸大大超过现有的 3D 打印机构，可满足大尺寸 3D 打印的工作要求。

REFERENCES

[1]J. P. Merlet. Direct Kinematics of Planar Parallel Manipulators[C]. Processing of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, 1996, 3744-3749

[2]R. Clavel. A Fast Robot with Parallel Geometry[C]. 18th International Symposium on Industrial Robots, Sydney, 1988, 91-100

[3]P. Vischer, R. Clavel. Kinematic calibration of the parallel delta robot[J]. Robotica, 1998, 16(2): 207-218

[4]支豫.一种新型 3-PUU 并联机构运动学与动力学性能分析[D].电子科技大学,2016.

[5]梁博文. 全域恒平衡并联机构构型设计及其性能分析[D].燕山大学,2018.

[6]Huang Z, Li Q C. General methodology for type synthesis of lower-mobility symmetrical parallel manipulators and several novel manipulators[J]. Int J Rob Research, 2002, 21(2): 131-146

作者简介：1 郑泽华，(1997 年生)，男，汉，浙江嘉兴，西京学院机械工程学院，硕士研究生，研究方向：并联机构以及 3D 打印。

2 张毅，(1969 年生)，男，汉族，陕西西安，西京学院，教授，博士，主要从事计算机辅助设计、机械系统设计与应用、快速成型制造等研究。

3 毋源，(1997 年生)，男，汉族，陕西西安，西京学院，硕士研究生，机械工程。

4 梁庆军，(1977 年生)，男，汉族，山东冠县，西京学院，讲师，硕士研究生，高等教育管理。

5 谢芳，(1973 年生)，女，汉，广东省东莞市，西京学院，副教授，工学博士，研究方向:数字化协同设计与智能制造

基金课题(须有编号): 1 项目: 陕西省研究生教育综合改革研究与实践项目, 基金编号: YJSZG2020095 , 2 西京学院教学改革研究项目: 面向“新工科”的智能制造专业课程体系探索与实践(JGYB2101)