基于 Keystone 变换的超声线性调频信号的参数估计

李宇　王晨莎

（西安培华学院 智能科学与信息工程学院　陕西西安　710125）

摘要：FRFT 算法是传统超声线性调频信号参数估计方法中应用最为广泛的算法，针对其处理复杂度高的问题，本文提出了基于 Keystone 变换的算法对超声线性调频信号进行检测和参数估计。该算法首先将带有噪声的超声线性调频信号进行相关处理，接着对其进行变量代换，最后采用 Chirp-Z 变换实现 Keystone 变换算法。通过 Matlab 仿真结果分析得出该算法相对于 FRFT 算法能够提高约 50%的运算速度，并能准确估计出超声线性调频信号的中心频率和调频率参数，具有复杂度低、抗噪声性能强的优点，为超声无损检测以及超声成像领域提供了新的思路和方法。

关键词：Keystone；超声线性调频信号；Chirp-Z

中图分类号：TN911.7　　　　文献标识码：A

引　言[1]

线性调频信号（LFM）具有脉冲压缩特性等优点，其在超声检测、雷达、声呐、通信等领域有广泛应用[1]。一方面，随着现代科技的发展，工业生产上对超声检测精度的要求越来越高，因此在超声无损检测技术中通常使用大时宽带宽积的线性调频信号取代单频载波信号来提高回波信号的信噪比，这样可以同时获得良好的时间分辨率和距离分辨率[2]；另一方面，线性调频信号的检测与估计在超声成像系统中十分重要，目前国内外存在多种方法用来估计线性调频信号的参数信息，如极大似然估计法、Radon-Wigner 变换、小波变换、分数阶傅里叶变换（FRFT）等[3]，选择复杂度低、运算时间短的算法是工程运用上的首要任务。

自 V.Namias 于 1980 年首次提出 FRFT 概念之后的几十年发展过程中，FRFT 作为一种时频分析工具受到了信号处理领域学者的广泛关注[4]。因为 FRFT 的本质是一种将信号转换到分数阶域的线性变换，不存在交叉项干扰的问题，再加上本身的时频旋转特性，所以适合进行线性调频信号的参数估计[5]。由于 Keystone 变换与 FRFT 算法都可以有效的处理宽带信号，因此本文将此变换方法应用在超声信号的参数估计上。Keystone 变换的实质是一种变尺度变换，它既可以实现对微弱目标的检测，也可以校正脉冲回波距离走动，目前广泛应用于雷达目标成像领域[6]。在进行参数估计时，FRFT 算法需要进行二维搜索，其搜索范围和搜索间隔难以确定，增加了处理复杂度[7]，但是 Keystone 算法在无需进行搜索的情况下能快速估计出信号的参数，具有复杂度低、准确度高、应用性强等优点。

在超声无损检测过程中，常使用线性调频信号作为发射源[8]，在这种情况下用本文提出的 Keystone 算法对获得的目标回波信号进行参数估计，可以实现对被测物体的无损检测。同时在超声成像领域可以使用此方法降低处理算法的复杂度，提高系统对目标的检测能力和参数估计性能，为超声领域提供了新的研究方法。

1　原理与方法

1.1 FRFT 变换原理

线性调频信号在不同阶数的 FRFT 域呈现不同的能量聚焦特性（即冲激函数），利用这个特性对 FRFT 域进行峰值二维搜索即可估计出线性调频信号的参数信息。

FRFT 用于 LFM 信号参数估计的原理如下：首先对于 LFM 信号，以变换阶次 p 为变量进行二维搜索，然后求得 LFM 信号的 FRFT，从而形成信号在（p,u）平面的二维能量分布图[9]，经过进一步查找峰值点就可以估计出 LFM 信号的调频率和中心频率参数。

单分量 LFM 信号的参数估计过程如式（1）至式（3）所示：

$$\{\hat{p}_0,\hat{u}_0\}=\arg\left\{\max_{p,u}\left|X_p(u)\right|^2\right\} \tag{1}$$

其中：$X_p(u)$ 为函数 $x(t)$ 的 p 阶分数阶傅里叶变换；（p_0，u_0）为峰值点对应的二维能量分布平面坐标。

$$\hat{k}_0=-\cot\hat{\alpha}_0 \tag{2}$$

$$\hat{f}_0=\hat{u}_0\csc\hat{\alpha}_0 \tag{3}$$

其中：α_0 为 P_0 阶分数阶傅里叶域相对时域的逆时针旋转角度；k_0，f_0 为 LFM 信号的调频率和中心频率估计。

以 p 为变量进行二维搜索的计算量已经大大减少，但是如果要求较高精度则需要进行更多次的扫描，搜索过程费时。因此本文采用 Keystone 变换对 LFM 信号进行参数估计，此方法可以在减小计算量的同时兼顾精度。

1.2 Keystone 变换原理

Keystone 变换是一种变尺度变换，通过定义虚拟的慢时间（即脉间时间），对目标回波的慢时间-距离频率构成的二维平面进行慢时间维度的拉伸、压缩处理[10]。

在超声回波系统中，回波的支撑域是一个坐标轴为快时间（即脉内时间）和慢时间的二维平面，在快时间域内对回波信号进行 FFT 便可将此回波信号变换到 $f-t_k$ 平面，然后对其进行如式（4）的变量代换：

$$t_k=\frac{f_c}{f+f_c}\tau \tag{4}$$

通过此变量代换使 $f-t_k$ 平面的矩形支撑域转换到 $f-\tau$ 平面上，此支撑域在 $f-\tau$ 平面上为一个倒梯形，如图 1 所示：

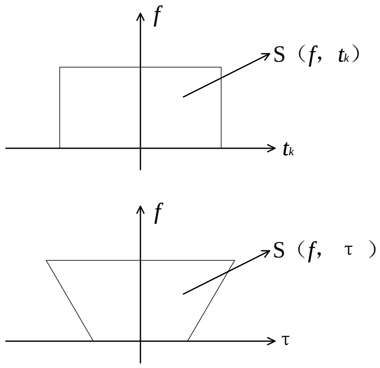


图 1 Keystone 变换效果图

1.3 本文算法描述

1.3.1 算法原理 由 1.2 可知，Keystone 变换就是对目标回波沿慢时间进行重新采样的过程。在实现 Keystone 变换的常见方法中 Chirp–Z 变换算法的运算量较小，因此本文采用 Chirp–Z 变换算法来实现 Keystone 变换[11]。

Chirp–Z 变换算法的信号谱分析可以在 z 平面上的螺旋线上实现，可以开始于任意一点，结束于另一任意点。已知有限长序列 $x(n)$ $(0 \le n \le N-1)$ 的 z 变换为：

$$X(z)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n} \qquad (5)$$

现在沿 z 平面的一段螺线作等分角的采样，采样点为 z_k，则：

$$z_k = AW^{-k}, k=0,1,2,\ldots,M-1, \qquad (6)$$

其中：$A=A_0 e^{j\theta_0}$，$W=W_0 e^{-j\varphi_0}$；M 为采样点总数；A 为采样轨迹的起始点位置，由它的半径 A_0 以及相角 θ_0 决定；W 为螺线参数，由它的伸展率 W_0 以及采样点间的角度间隔 φ_0 决定。

将 $z_k = AW^{-k}$ 代入 z 变换的表达式，得：

$$\begin{aligned} X(z_k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nk} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{\frac{n^2}{2}} W^{-\frac{(k-n)^2}{2}} W^{\frac{k^2}{2}} \\ &= W^{\frac{k^2}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} \left[x(n) A^{-n} W^{\frac{n^2}{2}} \right] W^{-\frac{(k-n)^2}{2}} \end{aligned} \qquad (7)$$

这时，令：

$$g(n)=x(n)A^{-n}W^{\frac{n^2}{2}}, n=0,1,2,\ldots,N-1 \qquad (8)$$

$$h(n)=W^{-\frac{n^2}{2}} \qquad (9)$$

则：

$$X(z_k)=W^{\frac{k^2}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} g(n)h(k-n) = W^{\frac{k^2}{2}} \left[g(k) * h(k) \right], k=0,1,2,\ldots,M-1 \qquad (10)$$

由此说明 Chirp–Z 变换算法是一种利用卷积来实现任意大小的离散傅里叶变换的快速傅里叶变换算法。

1.3.2 算法的具体实现 基于 Keystone 变换的超声线性调频信号的参数估计的算法步骤如下：

（1）输入加噪声之后的线性调频信号 x(t)。LFM 信号如式（11）所示：

$$s(t)=\exp\left[j2\pi \left(ft+\frac{1}{2}kt^2 \right) \right] \qquad (11)$$

其中：f 为中心频率；k 为调频率。

在超声检测中，以 LFM 信号作为发射源，则其回波信号相当于加噪声之后的 LFM 信号，如式（12）所示：

$$x(t)=s(t)+w(t)=\exp\left[j2\pi \left(ft+\frac{1}{2}kt^2 \right) \right]+w(t) \qquad (12)$$

其中：w(t)为高斯白噪声。

（2）对输入信号进行如式（13）的相关处理。

$$\begin{aligned} x(t+\tau)\times x^*(t-\tau) &= \left\langle \exp\left\{ j2\pi\left[f(t+\tau)+\frac{1}{2}k(t+\tau)^2 \right] \right\} + w(t+\tau) \right\rangle \\ &\times \left\langle \exp\left\{ -j2\pi\left[f(t-\tau)+\frac{1}{2}k(t-\tau)^2 \right] \right\} + w(t-\tau) \right\rangle \\ &= \exp\left[j2\pi(2f\tau+2kt\tau) \right] + W(t) \end{aligned} \qquad (13)$$

其中：$W(t)=s(t+\tau)w(t-\tau)+s(t-\tau)w(t+\tau)+w(t+\tau)w(t-\tau)$，仍为高斯白噪声。

（3）对相关处理之后的信号进行变量代换，然后用 Chirp–Z 变换算法实现 Keystone 变化，即将其从 $t-\tau$ 平面转换到 $k-f$ 平面。

（4）$k-f$ 平面最大值点的横纵坐标对应的值为回波信号的调频率和中心频率。

2 仿真结果

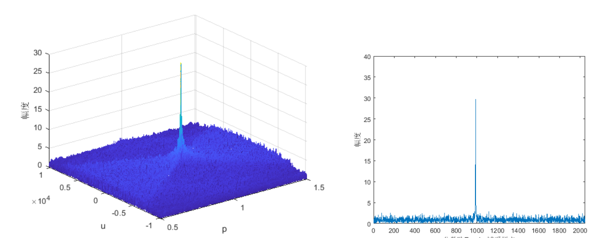
本节通过计算机仿真处理对 FRFT 算法和本文提出的 Keystone 算法进行比较，对式（12）所示的加噪声之后的 LFM 信号设置如表 1 的参数信息：

表 1 程序参数设置

参数名称	数值
中心频率 f	20.00kHz
时宽 T	0.10s
带宽 B	0.20kHz
调频率 k=B/T	2.00kHz/s
采样频率 Fs	20.48kHz
采样点数 N	2048
高斯白噪声 w(t)	0dB/5dB/10dB

2.1 FRFT 仿真结果

对加入 5dB 高斯白噪声之后的 LFM 信号进行 FRFT 变换，接着在分数阶域上对其进行检测，在进行搜索之后得到最优转换阶次 p 的值为 1.0064，如图 2(a)所示。在最优转换阶次上对检测信号进行 FRFT，结果如图 2（b)所示，可以看出加噪声的 LFM 信号被检测出来了。



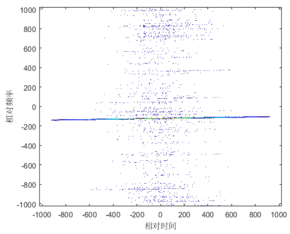
（a） （b）

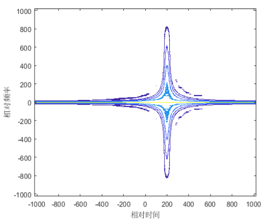
图 2 FRFT 仿真结果。（a）搜索的三维扫描图；（b）p=1.0064 时观测信号的 FRFT

在得到最优转换阶次 p 之后，可以用式(2)和式(3)估计其中心频率和调频率，在仿真操作中计算出了此信号的中心频率 $f0' = 19.68kHz$，调频率 $k0' = 1.96kHz/s$。

2.2 Keystone 仿真结果

对加噪声的 LFM 信号进行相关处理之后作傅里叶变换得到如图 3 所示的信号（即进行 Keystone 变换之前的信号）。对图 3（a）的信号作 Chirp-Z 变换处理从而完成 Keystone 变换，结果如图 3（b）和图 3（c）所示。


（a）


（b）

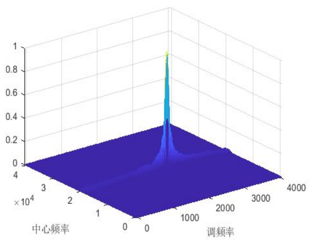

（c）

图 3 Keystone 仿真结果。（a）进行 Keystone 变换之前；（b）Chirp-Z 变换处理之后；（c）(k,f)平面最大值点

如图 3（c）所示，(k,f)平面最大值点对应的横坐标 x 为回波信号的调频率，其值为 2kHz/s; 对应的纵坐标 y 为回波信号的中心频率，其值为 20kHz。

3 分析

对上述两种方法进行了数据对比，结果如表 2 所示。

表 2 两种方法结果比较

高斯白噪声	方法	中心频率	调频率	运行时间
0dB	FRFT 算法	19.84kHz	1.97kHz/s	14.61s
	Keystone 算法	20.00kHz	2.00kHz/s	9.66s
5dB	FRFT 算法	19.68kHz	1.96kHz/s	14.40s
	Keystone 算法	20.00kHz	2.00kHz/s	9.63s
10dB	FRFT 算法	19.51kHz	1.92kHz/s	14.50s
	Keystone 算法	19.98 kHz	1.99kHz/s	9.73s

通过对比表中的信息，可以发现 FRFT 算法与 Keystone 算法在对同一加噪信号进行参数估计时：

(1)随着信号高斯白噪声的增大，FRFT 算法估计出的中心频率和调频率相对误差急剧增大，中心频率由 0dB 时的 0.8%增大到 10dB 时的 2.5%，调频率由 0dB 时的 1.5%增大到 10dB 时的 4.0%。由此可见，当线性调频信号处在噪声较大的环境中时，FRFT 算法不能准确的对其参数进行估计。而 Keystone 算法可以尽可能的避免噪声对传输信号的影响，较为准确的估计出信号的中心频率以及调频率，并且抗噪声干扰的性能优于 FRFT 算法。

(2)在对 FRFT 算法设置一级搜索步长为 0.5，二级搜索步长为 0.0003 时，Keystone 算法的运行时间比 FRFT 算法快约 50%，说明 Keystone 算法在超声调频信号的参数估计时可以有效降低处理复杂度。

上述结论说明 Keystone 算法具有算法准确性高、复杂度低、抗噪声性能强的优点。

4 结论

本文提出了一种基于 Keystone 变换的超声线性调频信号的参数估计方法，此方法可以准确估计出线性调频信号的中心频率和调频率信息，并且利用计算机仿真实验验证了算法的准确性。在与传统的 FRFT 估计方法对比之后得出 Keystone 变换算法具有复杂度低、运行速度快的优点，对超声学的应用具有一定的参考意义。

参考文献:

[1] Petrov N, Yarovoy A G. Fractional Fourier Transform Receiver for Modulated Chirp Waveforms[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2023.

[2] 林海洋.高强度宽频超声换能器研究及其探测系统设计[D]. 华南理工大学, 2016.

[3] 东锦鹏, 陈世文, 杨锦程等. 基于 FRFT 的低信噪比 LFM 信号参数快速估计算法[J/OL]. 指挥控制与仿真, 2024: 1~7

[4] Ozaktas H M, Barshan B. Convolution filtering and multiplexing in fractional Fourier Domain and their relation to chirp and wavelet transforms[J]. Opt Soc Am A,1994,11(2): 547~559.

[5] 刘人铨,李中云,季钰林.基于改进的 FrFT 的 LFM 最佳 u 域点滤波[J]. 通信技术, 2023, 56(01):16~21.

[6] Lei Z, Rao X, Jin P, et al. Two-Dimensional Frequency Domain Second-Order Keystone Transform for Weak Target Integration Detection Based on Bistatic Radar Configuration[J]. Radioengineering, 2023.

[7] 翟木易.FRFT 在线性调频信号检测与滤波中的应用研究[D]. 安徽理工大学, 2018.

[8] Wang S B, Wang S J, Liang B, et al. Research on Linear Frequency Modulation Pulse Compression in Electromagnetic Ultrasonic Thickness Measurement[C]. Far East NDT New Technology and Application Forum, 2020.

[9] 宁娜,郝凤玉.Keystone 变换实现方法研究[J].现代电子技术,2011,34(24):133~136.

[10]贺靖,谭鸽伟.基于二阶 Keystone 变换的 FMCW SAR 动目标成像与参数估计[J]. 遥测遥控, 2023,44(06):80~89.

[11]刘倩,海宇,李俊奥等.基于 Chirp-z 变换的低复杂度双基前视 SAR 扩展 NLCS 成像算法[J].现代雷达, 2023,45(01):41~48.

作者简介:李 宇(1996-), 女, 陕西西安, 硕士, 助教, 研究方向为医学超声与信号处理。

王晨莎(1990-), 女, 陕西西安, 硕士, 高级工程师, 研究方向为数据分析与医学物联网。