

管道 – 支架法向自由振动接触界面的能量耗散特性

王 宏

国能长源荆州热电有限公司 湖北省荆州市 434000

摘 要: 界面振动接触的能量耗散特性对描述界面动力学具有重要的工程意义和理论意义, 基于赫兹接触理论, 建立管道 – 支架法向自由振动接触界面的的动力学模型, 提出了自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的能量耗散的计算方法, 得到了能量耗散的计算公式, 为分析管道 – 支架法向自由振动接触的运动特性提供了理论依据。

关键词: 自由振动; 法向; 振动接触; 能量耗散

前言:

在实际中, 管道充当着介质流动通道, 但是由于流动性导致管道发生振动等一系列不可控运动, 导致难以进行数学描述, 也难以用试验进行直观观测, 使得管道与支架的建模一直都是工程实际中充满挑战性的科学问题^[1]。

本文基于赫兹接触理论建立了管道 – 支架法向自由振动接触界面的的动力学模型, 提出了自由状态下刚性圆柱体与半无限平面的振动能量耗散特性, 得出了单个振动周期内, 自由状态下阻尼损耗的能量和自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的周期累计能量耗散率, 为管道 – 支架法向自由振动接触的运动特性分析提供了一定的理论依据。

1. 管道 – 支架界面振动接触动力学的描述

管道 – 支架界面的振动接触模型的基本组成单元可等效为一个长刚性圆柱体与半无限空间的接触^[1], 如果忽略由泊松比所引起沿着圆柱体轴向方向的滑移, 半无限空间产生的应力场是处于平面应变状态。因此, 管道 – 支架界面的振动接触模型可以简化为刚性圆柱体与半无限平面之间的接触问题。由于刚性圆柱体与半无限平面在相互运动的过程中, 大部分能量通过界面之间的摩擦作用而被直接转化为热量, 小部分能量则转化为界面接触区域的形变能。

根据赫兹弹性接触理论, 本文构建了如图 1 所示的刚性圆柱体与半无限平面的接触模型^[2], 半无限平面表示为体 1, 刚性圆柱体表示为体 2。体 1 和体 2 的弹性参数为 E_1 、 E_2 、 ν_1 、 ν_2 ; 体 2 受到向下的外载荷 P , 则法向变形 $f(\delta)$ 与接触区域法向变形量 δ 之间的关系为^[3]

$$f(\delta) = \frac{\pi}{4} E^* L \delta \quad (1)$$

式中, $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$, L 为刚性圆柱体与半无限平面接触沿轴向方向的长度。

$$\text{令 } k = \frac{\pi}{4} E^* L, \text{ 则式 (1) 可表示为}$$

$$f(\delta) = k \delta \quad (2)$$

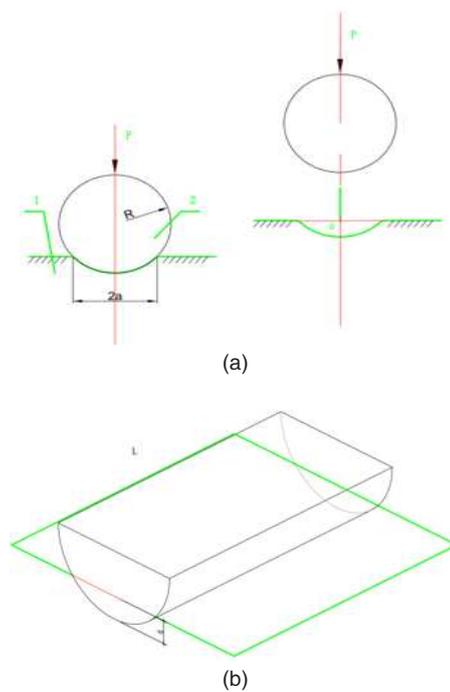


图 1 刚性圆柱体与半无限平面的接触模型

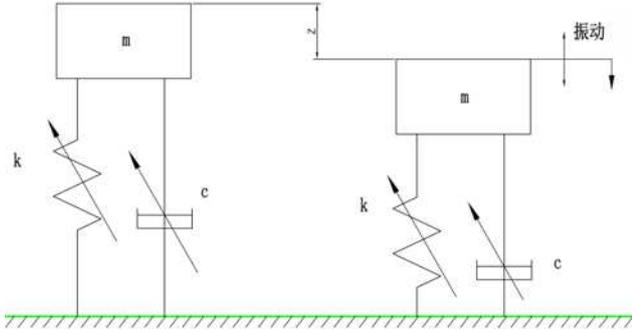


图2 刚性圆柱体与半无限平面的单自由度模型

采用图2所示的单自由度模型描述刚性圆柱体与半无限平面之间的振动接触,假设变形仅发生在局部接触区域^[4],因此单自由度模型在静平衡位置附近的振动方程可以表示为

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + f_d(z) = 0 \quad (3)$$

式中, m 为刚性圆柱体的质量。

刚性圆柱体在重力作用下的净变形量 z_s 由式(1)可得 $z_s = \mathbf{g} / k$, $f_d(z)$ 是与速度和位移相关的线性阻尼函数,为了保持刚性圆柱体与半无限平面的接触,必须满足 $z \geq -z_s$, 则式(2)可以表示为

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + k(z + z_s) - \mathbf{g} = 0 \quad (4)$$

2. 管道-支架界面振动的无量纲振动方程

定义如下的无量纲位移 u , 线性接触频率参数 ω_s 、无量纲时间 τ , 无量纲阻尼比 ξ ^[6]

$$u = \frac{z}{z_s}, \quad \omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \tau = \omega_s t, \quad \xi = \frac{c}{2m\omega_s}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_s}, \quad \chi = \frac{P_0}{mg} \quad (5)$$

应用式(5)对式(4)进行无量纲化,可得

$$\ddot{u} + 2\xi\dot{u} + u = 0 \quad (6)$$

式中, $u \geq -1$ 。

当管道对支架存在向下的瞬时载荷 P_0 时,刚性圆柱体与半无限平面之间的振动为在静平衡位置附近受迫状态下的振动。

根据式(6),在一个振动周期内,刚性圆柱体与半无限平面之间振动的阻尼力可以表示为

$$f_d(\dot{u}) = 2\xi\dot{u} \quad (7)$$

在自由状态下,刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统受到阻尼因素的影响,通过摩擦运动消耗一定的能量而在一定时间内停止振动^[5]。同时,由式(6)所示的无量纲振动系统,阻尼力还可以由位移和加速度表示

$$f_d(\dot{u}) = -\ddot{u} - u \quad (8)$$

3. 自由状态时振动能量耗散特性

假设自由状态下,刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的响应可以表示为

$$u = U_i \sin(\bar{\omega}\tau + \phi) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (9)$$

式中, U_i 为第 i 个振动周期的瞬时幅值, ϕ 为

$$\phi = \arctan \frac{2\xi\bar{\omega}}{\bar{\omega}^2 - 1} \quad (10)$$

式(9)中的每个响应周期的瞬时幅值 U_i 可以采用对数衰减率和其响应特征的等效阻尼比进行估算,可以表示为

$$\zeta_k = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \lg \frac{U_i}{U_{i+1}} \quad (11)$$

U_i 为第一个自由振动周期内的响应,可以表示为

$$U_1 = \frac{\chi}{k} = \frac{P_0}{mgk} \quad (12)$$

单个振动周期内,自由状态下阻尼损耗的能量可以表示为

$$D_{fri}(\tau) = \int_{u(\tau_{i-1})}^{u(\tau_i)} f_d(\dot{u}) du \quad (13)$$

式中, τ_i 为自由振动的第 i 个振动周期末的时间。

代入式(7)和式(9),可得

$$D_{fri}(\tau) = 2\xi U_i^2 \bar{\omega}^2 \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (\cos(\bar{\omega}\tau + \phi))^2 d\tau \quad (14)$$

令 $\varphi = \bar{\omega}\tau + \phi$, 则刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的自由状态下单个振动周期的阻尼能量可以表示为

$$\begin{aligned} D_{fri}(\tau) &= 2\xi U_i^2 \bar{\omega}^2 \int_{\varphi_{i-1}}^{\varphi_i} \cos^2 \varphi d\varphi \\ &= 2\pi\xi U_i^2 \bar{\omega} \end{aligned} \quad (15)$$

从式(15)中,可以看出刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的自由状态下单个振动周期的阻尼能量与响应周期的瞬时幅值的平方、响应周期的频率、阻尼比成正比,而与振动周期的瞬时相位无关;进而可以从式(2)、式(11)和式(12)中看出,刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的自由状态下单个振动周期的阻尼能量与弹性参数、刚性圆柱体与半无限平面接触沿轴向方向的长度有关。

刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的自由状态下

的振动从开始振动到 τ 时刻 (假设 τ 时刻位于第 n 个振动周期内) 的能量耗散 E_f 可以表示为

$$E_f = \sum_{i=1}^{n-1} D_{fn}(\tau) + \int_{u(\tau_{i-1})}^{u(\tau)} f_d(u) du \quad (16)$$

代入式 (15), 可得

$$E_f = 2\pi\xi\bar{\omega} \sum_{i=1}^{n-1} U_i^2 + 2\xi \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} \dot{u}^2 d\tau \quad (17)$$

在初始条件下, 刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的输入能量由冲击载荷所 P_0 决定的, 由以下公式

$$\begin{cases} f = -ku \\ u = U_i \sin(\bar{\omega}t + \phi) \\ \dot{u} = \bar{\omega}U_i \cos(\bar{\omega}t + \phi) \end{cases} \quad (18)$$

综合式 (5)、式 (12) 和式 (18), 可得自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统引发振动瞬时 (τ_0 时刻) 的运动状态

$$\begin{cases} u_0 = u(\tau_0) = \frac{P_0}{mgk} \sin(\bar{\omega}\tau_0 + \phi) \\ v_0 = \dot{u}(\tau_0) = \frac{\bar{\omega}P_0}{mgk} \cos(\bar{\omega}\tau_0 + \phi) \end{cases} \quad (19)$$

初始条件下, 自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的输入能量 E_n 可以表示为

$$E_n = -\int_0^x f_d(u) du \quad (20)$$

将式 (8) 代入上式, 可得

$$E_n = \dot{u}(\tau_0)u(\tau_0) + \frac{1}{2}u^2(\tau_0) \quad (21)$$

将式 (20) 代入到上式中, 可得

$$E_n = \frac{\bar{\omega}P_0}{mgk} \sin(\bar{\omega}\tau_0 + \phi) + \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{m^2 g^2 k^2} \sin^2(\bar{\omega}\tau_0 + \phi) \quad (22)$$

可见, 自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的输入能量由引发系统振动的激励载荷和系统的性质共同决定的。

自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的周期能量耗散率可以为

$$\gamma_D(\tau) = \frac{E_f}{E_n} \quad (23)$$

将式 (17) 和式 (23) 代入上式, 自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的周期累计能量耗散率可

以为

$$N_D(\tau) = \frac{2\xi \bar{\omega} \sum_{i=1}^{n-1} U_i^2 + 2\xi \int_{\tau_{i-1}}^{\tau} \dot{u}^2 d\tau}{\frac{\bar{\omega}P_0}{mgk} \sin(\bar{\omega}\tau_0 + \phi) + \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{m^2 g^2 k^2} \sin^2(\bar{\omega}\tau_0 + \phi)} \quad (24)$$

4. 结论

本文基于赫兹接触理论建立管道-支架法向自由振动接触界面的的的动力学模型, 提出了自由状态下刚性圆柱体与半无限平面之间振动系统的能量耗散的计算方法, 得到了能量耗散的计算公式, 为分析管道-支架法向自由振动接触的运动特性提供了理论依据。

参考文献:

- [1] 张明松, 庞丹, 王宏, 等. 线性法向振动接触界面的能量耗散特性 [J]. 机械强度, 2022,44(04):788-794. DOI:10.16579/j.issn.1001.9669.2022.04.004.
- [2] 席云鹏. 非高斯粗糙表面混合润滑法向接触特性理论与实验研究 [D]. 西安理工大学, 2023. DOI:10.27398/d.cnki.gxalu.2023.000256.
- [3] 谢晓东, 赵三星. 非高斯粗糙表面的弹性微滑接触问题研究 [J]. 机械设计与制造, 2018,(12):49-52. DOI:10.19356/j.cnki.1001-3997.2018.12.012.
- [4] 肖会芳. 界面接触非线性振动机理与能量耗散研究 [D]. 重庆大学, 2012.
- [5] 景荣春主编. 理论力学简明教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 262-281.
- [6] A.D. Nashif, D.I.G. Jones, J.P. Henderson, Vibration Damping, John Wiley, Chichester (1985), ISBN 0 471 86 7721. Price: ? £ 59.50 [J]. Mead D.J.. Journal of Sound and Vibration, 1986(3)

作者简介:

王宏 (1992—), 男, 汉族, 河南南阳, 助理工程师职称, 硕士研究生学历, 毕业于三峡大学机械与动力学院, 研究方向为机械振动、电力设备维护与诊断。