

牵着空间向量的“牛鼻子”抓好立体几何的教学

许奕

(无锡市市北高级中学, 江苏无锡 214000)

摘要: 随着新课改的不断深入与发展, 提出了一些新的教学思路, 单元教学便是一个比较新的角度。课标倡导从整体角度把握课程, 着眼于一个具体单元的知识建构, 从更广阔的视角和更高的站位, 更容易实现具体数学知识体系的建构, 让学生认识到数学思想方法的价值, 促进数学学科核心素养的落地生根。牵着空间向量的“牛鼻子”, 开展好指向数学核心素养的立体几何的教学, 帮助学生发展数学核心素养、站在更高的角度整体把握学科知识脉络。

关键词: 空间向量; 立体几何; 数学核心素养

2022年的江苏高考数学试卷让不少考生脸色惨白、心态崩了, 号称是史上最难的数学高考卷。甚至是平时自信满满的学霸眼中掠过一丝慌张和不安。说好的解题套路, 在试卷单选题第7题比较大小的问题上就卡住了, 然后一路“卡车前行”。在高中数学课堂上, 学生的思维往往受限于教师, 在教师设计的套路问题的引导下进行探索和研究, 而真正独立发现问题、解决问题的体验甚少, 久之学生如同笼子里的野兽丧失了捕食的能力。以选择性必修一《空间向量与立体几何》为例, 探讨和思考如何在教学中落实好数学核心素养, 深入课堂教学改革, 加强教学评一致化的研究。

1. 在共线向量定理中, 要特别注意细节 b_0 , 若不加 b_0 , 充要性是否仍然成立? 若充要性不成立, 可否举例说明。

2. 如何理解 $ab (b_0)$ 存在唯一的实数, 使 $a=b$;

如何理解存在唯一的实数, 使 $ab (b_0) ab$ 。

3. 向量共线的充要条件可以作为判定线线平行的方法, 但向量共线是否一定线线平行, 若不是必须考虑哪些因素, 与综合法证明立体几何中的线线平行是否统一。

在概念中零向量作为一种特殊的向量, 我们对空间向量的认知有了新旧交替的迭代与更新, 比如空间中向量平行不具有传递性; 三个非零向量和为零向量, 则三个向量共面; 若四个非零向量和为零向量, 则四个向量未必共面等。在寻找新旧概念之间联系的基础上对两者的辨析, 进一步拓展学生思维, 夯实基础才能达成教学评一致化的目标。

如在证明空间向量四点的方法中, 除了用证明三个向量共面的方法引导证明四点共面, 也可以类比平面向量系数和为1证明三点共线, 既可以得到空间三点共线的证明思路, 也可以类比得到四点共面的思考方向。以上的数学素养是浸润在平时教学中, 体现了数学核心价值。而核心素养是学生在解决复杂的、不确定问题的过程中形成的综合品质。在概念教学中讲透原理, 才能让学生在宏观上把握好大概念、把握好知识间的串联; 才能使学生在实践中达到“见一知多”“知行合一”的效果。

一、各美其美, 美美与共

(一) 体会平面向量和空间向量的共性和差异

《课程标准(2017年版)》课程取消了原有的模块设置, 突出了四条主线贯穿必修、选择性必修、选修课程。在选择性必修课程空间向量与立体几何主题中, 突显了平面向量的运算与运算法则向空间向量的类比与推广; 又新增了用空间向量解决计算(点到直线, 点到平面, 平行线间的距离, 平行平面间的距离)及体会用向量法证明立体几何的线面、面面位置关系及解决线线、线面、面面的夹角的计算问题等。随着学习的深入, 学生形成较为完善的认知, 在内容体系上表现出了连续性和阶段性, 在能力层面上感悟类比归纳推理的思想。在空间向量与立体几何中, 强调“正交”, 在“基向量”基础上, 选择不同的建系方式在处理实际问题的优劣, 引导学生思考建系的可行性、合理性、优越性。

(二) 体会向量方法和综合方法的共性和差异

向量法作为立体几何问题处理方法的补充, 与综合法相比减少了逻辑推理的思辨论证, 突出了数学运算, 实现了几何问题代数化的解决途径。新过程实施中, 从关注“教”到关注“学”, 综合法和向量法在立体几何中体现各美其美, 美美与共, 不同思考途径相互印证结论的成立, 这也是数学和谐美的体现。过程中驱动学生全身心参与, 积极地参与, 体验殊途同归的快乐。起点可以是综合法回归向量法, 也可以起点是向量法落脚于综合法, 在过程中学生可以体验“再创造”。两者的融合既符合学生学习的实际又利于学习效率的提高, 助于核心素养落在课堂教学中。

(三) 培养直观想象、数学运算、逻辑推理等素养

著名心理学家巴普洛夫认为: 创造思维活动成为原型启发, 创造思维通常是在某个原型的启发下形成的。在立体几何问题中, 以特殊的几何图形为原型, 依托向量法, 看图识别抓住问题的本质和关键, 逐个突破问题即抽象思维能力的集中体现。在平面法向量的求解过程中涉及的三元一次不定方程组的求解, 求角, 求距离, 计算向量数量积过程中涉及大量的运算。其间, 运用运算理解和解释问题, 验证数学结论, 又推动了逻辑推理素养的培养。有意识地、正确地运用向量法解决不少立体几何的问题, 并作出合理的判断, 传授给学生学习获取知识方法和途径, 在实践性学习中更具兴趣和动力。

二、重视四个理解, 获四基提四能, 发展六个核心素养

2017年4月在全国初中数学教学研讨会上, 章建跃博士在报告中提出了数学教学的四个理解——理解数学、理解学生、理解教学、理解技术。空间向量的教学正是践行“理解”的数学教育, 是具备综合法解决立几的经验和知识作为储备, 又有平面向量蕴含的思想和方法作为引路。尤其是在学生已有学习立体几何的经验上, 对点、线、面的位置关系已经有了宏观的认识, 在学习了空间向量后进一步感悟知识之间的内在联系, 更好地把握数学的

本质。理解数学,空间向量的引入不只在证明解题方法上另辟蹊径,也是对平面向量运用的拓展和推广,为大学后续深造打下坚实基础。空间向量架起了代数和几何勾连的桥梁,将美育渗透在教学中,充分发挥了教材的育人价值。理解学生,向量法作为立体几何方法的补充,在一定程度上降低逻辑思维证明的难度,更注重数学运算能力的培养,帮助学生在整体上认识立体图形。理解教学,从感性认识立体几何图形走向理性证明,从综合法的严谨到向量法的简洁,从接触立体几何的抽象到逐渐明晰,学生对数学的理解走向了深度和广度。理解技术,把握教学的基本规律,通过“互联网+数学教育”,实现教学、学习、评价一体化的实践。

在教学过程中以学生为主体,注重学生的学,养成良好的数学学习习惯和数学思维。引导学生理解空间向量的基础知识,熟练掌握空间向量的线性运算、数量积运算等基本技能,过程中感悟空间向量的转化与化归、数学建模等数学基本思想,并积累数学基本活动经验解决立体几何证明及距离、夹角等的计算问题,促进学生数学学科核心素养的不断提升,是我们努力的方向。为此对于向量法进行立体几何教学,制定合理的教学目标尤为重要,既要结合教学任务又要注意学科素养与教学内容的关联,还要关注学生的四基四能的培养。

牵着空间向量的“牛鼻子”,空间向量是一种熟悉的新的运算对象,分析空间向量与平面向量的异同,是一类运算能力到另一类运算能力的自然过渡;在学习空间向量过程中,我们不仅要注重提升学生的运算能力,还需要提升学生的应用能力,更需要提升学生的直观想象能力。站在空间向量这个大概念来看,和综合法两条主线参与立体几何的过程对立体几何教学既具有学科价值又具有教育价值,从数到向量,向量到数,让学生在心理上、学习方法、知识技能上完成对立体几何学习的各方面准备,给了学生更大、更自主的空间进行深入的探究。在立体几何中常常提到的概念——模型,理解模型的重要前提就是能够准确、清晰、简要地描述和刻画这一类事物的特征,这些都是我们开展立体几何教学的抓手。有了模型,建立合适的空间直角坐标系,充分考虑已知条件和图形的特征,尽可能地把已知量放在坐标轴上或坐标平面内,方便点坐标的处理和以简洁形式呈现,从而进一步进行数学的分析,形成了对立体几何更全面的认知。

如何在立体几何空间向量的教学中落实好数学核心素养,深入课堂教学改革,加强教学评一致化的研究,首先要注重对新教材新课程的研究和学习,夯实专业基础,教师首先应清晰不同视角梳理立体几何主线和主题的内容,从知识视角、思想方法视角、素养角度整体把握教学的内容。

(一)从知识的角度梳理必修、选择性必修、选修课程中立体几何相关的知识内容的脉络,包括概念、性质、定理等

抓住空间向量的“牛鼻子”,审视立体几何的教学,理解何谓空间向量,为何引入空间向量,引入空间向量何为。向量法作为解决立体几何问题方法的补充,走出“急功近利”的误区,强调学科育人的效果,发挥数学的工具性和思维性,保持了数学学科内容的完整性。数学教育的过程应该是一个还原数学发展的过

程,而全部数学发展的过程就是发现问题、分析问题、解决问题的过程,因此,数学课堂教学离不开“问题”。设计合理的问题链,横向通过向量法佐证综合法的结论,纵向起到构建空间思维能力的广度、深度、厚度、梯度一致的目的。

(二)从思想方法视角,完善“感知——认知——运用”的过程

布鲁纳曾经说过:“不论我们教什么,务必使学生理解该学科的结构。”高一阶段部分学生基于教材、知识面、心理素质等因素,对于空间立体几何掌握得并不到位,而向量法作为有益补充,降低立体几何逻辑性要求,又挖掘更深层的内容,帮助学生学会更全面地观察和解决问题,寻求方法的最优化,进一步提升学生运用所学知识解决问题的能力。

(三)从素养角度整体把握

数学核心素养作为学生数学学习中最需要聚焦的思维品质、关键能力,其培养和提升总是与数学问题解决的实践密不可分。指向数学核心素养的立体几何教学,向量法的引入不是单方向直线形的教学内容的开展,更是与综合法双轨并行的教学,推动数学三大基本思想——抽象、推理、模型,培养学生数学抽象、逻辑推理与数学建模的数学核心素养,过程中又实现了直观想象、数学运算、数据分析的数学核心素养的培养。总而言之,进行指向数学核心素养的教学,必须是依据《普通高中数学课程标准》中的核心素养与学业质量水平的研究,依据中国高考考试评价体系和中国高考考试评价体系说明,依据新时代教育评价体系,依据学生的认知风格和依据社会生活中关注的问题所形成的教学。只有教师经过深度学习,研读教材,清晰教学内容的设计原则,才能在培养学生数学核心素养开展深度教学。

参考文献:

- [1] 王春易. 走向学——在课堂上落实核心素养 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2020: 4.
- [2] 唐绍友. 论数学抽象素养的培养途径 [J]. 高中数学教与学, 2022 (3): 60.
- [3] 曹广福. 问题驱动的中学数学课堂教学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2018: 49.
- [4] [美] 杰罗姆·布鲁纳. 教育过程 [M]. 邵瑞珍, 译. 北京: 文化教育出版社, 1982: 33.
- [5] 黄翔, 童莉, 沈林. 从高中数学新课标看数学实践能力的培养 [J]. 课程·教材·教法, 2018 (8).
- [6] 黄翔, 童莉, 沈林. 从高中数学新课标看数学实践能力的培养 [J]. 课程·教材·教法, 2018 (8).
- [7] 赵小平. 把空间向量融入立体几何教学的一种教材设计 [J]. 数学教学, 2005 (5): 4.
- [8] 黄丽生. 高中新课标“空间向量与立体几何”的教学理解 [J]. 中学数学教学, 2010 (3): 5.
- [9] 徐涛. “空间向量与立体几何”的若干教学建议 [J]. 中学数学教学参考: 上旬, 2021 (006): 62-64.