

变异理论在高中数学概念教学中的应用及启示

——以对数函数的教学为例

顾丽媛

(苏州科技大学, 江苏 苏州 215009)

摘要: 变异理论提出学习来源于变异, 学生把握某个知识就是抓住知识的本质, 而知识的本质就是每个知识点特有的属性, 变异理论将这种特有的属性称为关键特征, 所以说要使学生抓住知识的本质, 就是要求教师通过对所学内容的关键特征进行某些维度上的变异。本文主要通过文献阅读法, 对变异理论有关文献进行梳理, 简要介绍变异理论, 并以高中对数函数为例, 探讨变异理论视角下高中对数函数该如何进行教学, 以期对数函数的教学增加一条新的教学途径, 提交教学效率。

关键词: 变异理论; 数学概念; 概念教学; 数学学科核心素养

20 世纪 90 年代, 瑞典哥德堡大学马飞龙教授以现象图式学为灵感提出的一套新的学习理论: 变异理论。马飞龙提出“如果我们不能审辨事物, 我们便不能学习。”该理论不仅仅扩展了学习理论的范畴, 同时由于其对教学独到的见解并广泛地应用于教学之中。2000 年左右, 通过对香港与上海地区实地考察, 马飞龙以及其他研究者发现, 中国教学中已存在变异思想, 这说明变异理论也是适合于中国的教学。本文旨在简要说明变异理论的一般概念, 并以对数函数为例简要说明如何基于变异理论进行教学, 以期教育界一线教师提供一条新的教学途径。

一、变异理论中关于学习的一般介绍

变异理论提出学习就是学生看待某一事物的方式, 每一件事物都有区别于其他事物的关键特征, 学生学习就是要把握知识的本质也就是把握这个事物的关键特征。学习是具有指向性的, 变异理论将学生所要把握的事物称为学习内容。要抓住事物的本质, 就是把握学习内容的关键特征。那么如何把握学习内容的关键特征呢? 变异理论提出通过将这些关键特征进行维度上变异, 使得学生能够发现学习内容的关键特征, 这就是该理论所强调的“变异”和“审辨”。那么如何将关键特征进行变异呢? 对此, 马飞龙教授提出了变异图式。本文对变异理论中所描述有关学习的观点, 可分为“教什么”与“怎么教”简要对变异理论进行一般介绍。

(一) 教什么

对于“教什么”主要是指变异理论提出教师需要教授的“学习内容”。变异理论提出学习内容可以分为专项属性和一般属性。专项属性是指短期目标, 是短期内学生通过学习可以把握的某些学科知识; 一般属性, 是长期的, 通过教学能够发展学生某种能力, 学生能够将知识应用于生活之中。不同于狭义的学习内容, 变异

理论所提出的学习内容不仅仅指某一种概念或理论, 更指向某种能力、态度或价值观, 这与如今新教改提出不仅仅引导学生学习基本知识也要发展核心素养有着异曲同工之处。

同时, 变异理论提出: 一件事物本身并没有意义, 它的意义来自它与其所处的系统。学习内容的外在视野是指在学生的知识结构中存在的与学习内容相关的经验。学习内容的内在视野是指学习内容的本质, 变异理论将学习内容的本质划分为结构与意义两部分。结构指不同的学习内容之间的组成包含关系; 意义是指学生已有经验中对学习内容的理解。那么教师如何选取所教授的学习内容呢? 变异理论指出可以依据课程标准的教学目标进行制定, 但是并不局限于课程目标, 可以自由选取一些对于学习者来说有意义的知识作为学习内容。对于对数函数来说, 专项属性是通过学习学生把握对数函数的概念以及对数函数的表达形式, 一般属性是通过学习, 在学习过程中体会转化的数学思想, 在学习过程之中发展数学抽象、逻辑推理、数学建模等数学学科核心素养。

最后, 变异理论提出, 虽然教师在教学前已经预设好学习内容, 在实际教学中由于学生的理解能力, 板书的速度等不确定性因素, 教学出来的知识与预设的知识是存在一定的差别。实际上学习的主体是学生, 学生掌握的学习内容与教师课堂讲解的知识也会不一样, 因此学习内容是变化的。那么如何确定学习内容呢? 变异理论提出需要教师通过阅读文献与实际的教学经验制定出学习内容, 同时制定地学习内容还需符合所教班级学生身心发展规律。

(二) 怎么教

变异理论提出: “人的意识是有结构的。”如果人没有意识结构, 那么在我们的脑海里就是一片模糊的, 但实际上我们面对眼前一切事物, 总会有事物是凸显在其他事物之前, 被我们所聚焦的。举个例子, 我们在面对办公桌时, 可以看到办公桌上的茶杯, 也就是我们的意识是聚焦在茶杯上, 那么为何意识能聚集在茶杯上呢? 变异理论提出一件事物能被聚焦, 说明被其关键特征所吸引, 关键特征就是一件事物区别于其他事物的特点。要引导学生掌握学习内容, 核心是要引导学生把握学习内容的关键特征。什么是关键属性? 什么是关键特征? 这两者有什么区别呢? 以对数函数为例, 表格、解析式、图表描述这些表达形式可以表示对数函数, 但是对数函数的表达形式只是对数函数的一个关键属性, 对数函数还有奇偶性等其他属性, 表格、解析式、图像则是这个关键属性上三个不同的关键特征。

如何帮助学生把握学习内容呢? 变异理论提出通过围绕着学

习内容的关键属性进行创设不同的数学情境，在这些情境中引导学生审辨出学习内容的本质（即关键特征），并在脑海中形成与这些关键特征相关的图式。那么这些创设数学情境的方式就称之为变异图式。马飞龙和仓内森指出四种变异图式：对比、分离、类合、融合，将这四种变异图式用于教学之中，以便学生学习知识。

对比指的是将学习内容的关键属性进行变化，从而引导学生发现学习内容上的关键特征，即从“差异”中寻“关键”。以对数函数 $y=\log_a N$ ($a>0, a \neq 1$) 为例，呈现 $a>1, 0<a<1$ 两类对数函数图像，在教学中通过对比，使学生了解对数函数的几何性质。

分离指的是学习者聚焦于学习内容的某个关键特征，这时需要学习者能够将这个关键特征从学习内容中挖掘出来。即由“整体”到“部分”。在对数函数的教学中，对数函数的表达形式很多，而其中特殊的 $y=\lg x$ ，可以作为一个部分，分离出来，使学生更好掌握对数函数的运算与图像性质。

类合指围绕学习内容的某个关键特征创设不同的数学情境，引导学生发现不同情境中相同的关键特征，即由“变”寻找“不变”。以对数函数为例，在讲解对数函数的单调性的时候，可以引导学生画出多个不同的、具体的对数函数，进而引导学生根据图像总结出对数函数的单调性特征。

融合指将不同的关键特征放进同一个学习内容中，通过学习内容进行变化扩充，使得学生能够体会这个关键特征与整个学习内容的关系。即由“部分”到“整体”。以对数函数为例，学生学习完对数函数的性质之后教师可以在课后小结时给出对数函数与指数函数统一的图像性质表格，从而让学生进一步融合函数知识，进一步理清对数函数与指数函数之间的关系。

变异理论发现同样的教学设计，同样的教学内容，实际上的教学效果也会有系统性的差别，仓内森通过比较了解分数的数学课之后发现，两节课的教学流程、教学目标是一样的，学生的总体水平也较为一致，但是学生对知识的把握程度会出现差别，通过对课堂的教学进行分析，发现由于教师强调方面的不同，使一些学习内容成为学生的焦点，而另外一些内容不受教师的重视；或许是因为不同的学习环境，教师选择不同的变异方式，使得学生对学习内容关键特征的把握程度不同。这种不同的教学环境就是指变异空间。因此，在预设好合适的变异图式之后，教师需要将变异图式融合进教学策略，巧妙地设定相应的教学活动，引导学生对关键特征进行审辨，从而把握学习内容的本质，发展自身的核心素养。

二、变异理论在高中对数概念教学中的应用

基于变异理论构建对数函数概念教学的第一步就是确认学习内容。变异理论认为学习内容是教师希望学生掌握某种学科知识和能力，这与教学目标看上去十分相似，但实质上，教学目标是希望教师教学达到的效果，是教学前确定下来的，而学习内容指学生学习到的，可以发生变化的。在变异理论视角下的教学设计中，

既要写好具体的教学目标，同时也要写好预先教师希望学生把握的学习内容。以对数的概念教学为例，学习内容从专项属性和一般属性分析。专项属性为：理解并掌握对数的概念，把握指数式与对数式的互化。一般属性就可以是学生在在学习过程中体会到划转化、特殊到一般的数学思想，学会用相互联系的观点地看问题，发展数学抽象、逻辑推理等核心素养。

同时，变异理论指出教学的重点、学生学习的难点，这些都是学习内容的关键特征。在对数的概念这节课，教学的重点是指数式与指数式的互化，难点为对数概念的形成。根据教学的重难点从而确定对数的概念教学的关键特征是对数概念的形成、 $\log_a N=b, a^b=N$ 即对数与指数的关系。

确认好关键特征之后，利用对比、区分、类合、融合等变异模式进行教学，在教学过程中引导学生辨析学习内容关键特征，从而把握知识的本质。在这个“变”与“不变”的过程中，更有利于激发学生学习数学的兴趣。例如，在处理对数概念形成的这个关键特征时，利用三个小题构建变异图式。

- (1) 已知 a, b ，求 N ；比如 $3^2=9, 5^3=125\cdots$
- (2) 已知 b, N ，求 a ；比如， $a^2=4, a^3=27\cdots$
- (3) 已知 a, N ，求 b ；比如 $3^b=9, 5^b=125, 7^b=156\cdots$ 此时 b

有没有呢？

变	不变	审辨	功能
所求的未知量	都是已知两个量求第三个量	对数存在且可求	对比

分析：通过三个例子，让学生体会指数与对数之间的关系，建构出对数是可以求出来的，并且知道对数是个数。

同时在处理特殊的对数式时，可以利用类合的变异图式，通过引导学生求 a 的值，从而引导学生发现特殊的对数。

变	不变	审辨	功能
a 的值	$\log_a 1=0$ ($a>0, a \neq 1$)	$a^0=1$ 与 $\log_a 1=0$	类合

参考文献：

[1] 彭明辉. 现象图析学与变易理论 [J]. 教育学报, 2008 (5): 33-38.

[2] 植佩敏, 马飞龙, 郭建鹏, 刘晶晶, 易进. 如何促进学生学习——变异理论与中国式教学 [J]. 人民教育, 2009 (08): 33-37.

[3] 温翠霞. 变异理论指导下的高中函数概念教学设计 [J]. 山西师范大学学报 (自然科学版), 2015.

[4] 陈红兵. 创设有效的学习空间——变异理论视野下的课堂教学 [J]. 教育学报, 2013, 9 (05): 52-60.