基于情境认知理论的教学设计探讨
——以“椭圆及其标准方程”的教学为例

张　琪
（黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈 438000）

摘要：在教育改革中，情景化教学是一大趋势。文章介绍了情境认知理论的基本内容，情境认知理论在高中教学中应用的意义，最后以“椭圆及其标准方程”的教学为例，针对情境认知理论在高中数学教学活动过程中的具体应用展开论述，希望能为教育教学提供一些参考价值。

关键词：情境认知理论；教学设计；圆锥曲线

一、情境认知理论概述

情境认知理论是继建构主义之后对数学教育有深刻影响的教育理论。情境认知理论认为，知识是情境化的，通过活动不断向前发展，在参与实践的过程中促进了学习和理解。学习的设计要以学习者为主体，通过类似真实的实践过程来组织教学，同时把知识和获得与学习者的发展、身份建构等统合在一起。

“广泛的应用性”是数学学科的一大特点，数学几乎在任何一门科学技术以及一切社会领域中都会被运用。虽然数学教材中大都以生活中的素材为背景，但是受传统“应试教育”深远的影响，教师教学，学生学习并不会过多关注内容的情境，更多的是着眼于解决数学问题。所以在学生已有的认知中，数学与生活是割裂开的，“学习数学是为做题考试服务的”。并且学习短期内看不到实际意义的知识，会明显降低学生的兴趣，也会让知识变得更加抽象而难以理解。情境认知理论的一些观点在一定程度上能改变数学教学过程中“知识与实际相脱离”的现状。为有效的数学学习和高级思维技能的培养开辟新途径。

在数学教学中融入情境认知理论可以引导学生体验不同的情境环境，促进学生发散性思维的开发与应用，能够对相关问题进行自主性分析。数学内容和情境之间存在一定的关联，所以将其与数学教学活动相结合可以有效提高师生之间的互动与交流效果，使教师准确获得学生的信息反馈，使其更好地了解和把握每一名学生的学习情况，以此制定针对性教学方案，促进学生整体成绩的提高。

二、情境认知理论在高中数学教学中的运用策略

（一）真实数学情境走入数学课堂

高中数学知识相对于之前，不管是在深度还是广度上都有很大的提升。如果想在高中数学课堂教学中应用情境认知理论来发展学生的核心素养，就要试着将产生数学知识的真实情境在教学中重现来，使教学依托于具体情境进行展开。以数学概念教学为例，在学习《三角函数的概念》时，学生已有锐角三角函数概念的相关知识，但是当角的范围扩大，学生的已有的知识经验难以概括出现在的内容，认知冲突产生。这时可以首先通过天体的运动、微观粒子的运动、日常生活中的一些循环往复的现象，将学生带入一定的情境中，使学生在具体的情境中理解三角函数是用来描述周期性运动变化规律的函数模型。接着进一步利用信息技术，根据点在单位圆上的圆周运动，引导学生观察、动手操作等去感受知识的形成，去试着探索三角函数的概念。在情境中进行数学教学，可帮助学生真正地建立数学观念。

（二）在应用性情境中理解数学知识

数学是一门极具应用性的学科，重视数学的应用性，也一直是数学教学改革的重要价值取向。在实际教学中构建应用性情境，就是让学生在“做中学”，学生在应用性情境之中运用数学知识，并且不断加深对于知识本质的理解，在情境之中，学生与数学知识、与客观世界发生交互作用。以学习正、余弦定理为例，学生除了掌握定理的具体内容，能解决书面问题之外，教师也可以设计合作探究来解决实际问题，比如让学生用已有知识通过小组合作的方式去测量教学楼的高度。在这个过程中，学生对于知识的理解会进一步加深，并且综合运用知识的能力，分析问题解决问题的能力，动手操作能力、团队协作等能力都能获得发展。

（三）教学中重视文化的渗透

情境认知理论认为，数学学习是一个文化浸润的过程。在教学的过程中教师可以适当引入相关的数学文化。比如通过介绍数学家的故事，除了让学生们能够了解数学家对于某一知识做出的贡献，也要让学生领悟到数学家的探索精神，试着学会他们看待世界的方式；通过介绍知识的发展史，使学生能够了解知识发展的前因后果，感受数学的魅力……以《圆锥曲线》的教学为例，圆锥曲线的发展历史悠久，并且有许多的数学家为它的发展做出了贡献，一些方法沿用至今……在教学中适当渗透相关知识，使知识更加鲜活。

（四）深入认识情境认知理论

学好数学对于理性地认识世界具有重要作用。想要将数学教学根植于情境脉络之中，所要了解和依据的教育学理论就是情境认知理论，因此教师要认识并了解何为情境认知理论，以及情境认知理论对培养学生的核心素养的具体指导意义。

三、情境认知理论在高中数学教学中的具体应用

以《椭圆及其标准方程》的教学为例，基于情境认知理论进行教学设计，来说明情境认知理论在高中数学教学中的具体应用，为教学提供思路。

（一）创设情境，导入新课

首先多媒体展示生活中椭圆形物体的图片，让学生观察共同点。学生很容易发现形状都是椭圆。这时教师播放“天宫一号”运行轨迹视频，以及天体在宇宙中运行轨迹视频，发现轨迹也都是椭圆。

在这个过程中，继续介绍德国数学家开普勒对椭圆曲线的发展所做出的的贡献。

设计意图：通过观察生活中的椭圆物体，使学生感受到椭圆的对称美，以及椭圆在生活中广泛的应用。学生们对探索宇宙总是充满了好奇心，于是通过天体运行轨迹视频，激发学生的探索热情。介绍数学家开普勒的故事，在丰富了学生知识的同时，进一步抓住学生目光，加深学生对于这一节知识学习的期待。

在上述导入的过程中，教师通过现实情境，以学生感兴趣的例子进行展开，激发了学生的学习热情。在教学过程中渗透数学文化，通过讲解数学家的故事，感受数学家看待世界的方式，启发学生用数学的思维去思考问题。

思考 1：利用教室里现有的物品，可以如何得到椭圆呢？

师生活动：学生分小组讨论交流，以及动手操作实验。讨论完毕后分享。

利用身边素材展示：光在一定角度照射下乒乓球的影子是椭圆；倾斜水杯里水的截面是椭圆……

学生回答并展示之后。教师简短介绍古希腊学者得到椭圆曲线的方法。

设计意图：学生们积极讨论以及动手操作，有助于培养学生的发散性思维，以及动手能力。通过介绍古希腊数学家对于圆锥曲线发展的贡献，感受圆锥曲线发展的历史。启发学生学习数学家的探索精神。

（二）动手操作、探究新知

思考 2：具有何种特征的几何图形才是椭圆呢？

教师引导: 椭圆是“压扁”的圆,那么就说明椭圆可能与圆有关。下面就类比圆的画法来学习椭圆的画法，进而得到椭圆的定义。

探究 1：取一条定长的细线，把它的两端都固定在图板的同一点套上铅笔拉紧绳子，移动笔尖，这时笔尖（动点）画出的轨迹是一个圆。如果把细绳的两端拉开一段距离，分别固定在图板中的两点 F_1，F_2，套上铅笔，拉紧绳子，移动笔尖，画出的轨迹是什么曲线？在这一过程中，移动的笔尖（动点）满足的几何条件是什么？

师生活动：学生拿出事先准备好的细绳与纸板，开始按照上述要求进行操作。画完之后，同学们分小组讨论交流“移动的笔尖（动点）满足的几何条件”。学生们分享自己的看法，教师帮助总结。

设计意图：让学生动手尝试，激发学生学习兴趣和求知欲，体会探索的乐趣。通过实验，并且类比圆的定义，能更理解椭圆的定义。

1. 椭圆的定义

把平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离的和等于常数（大于 $|F_1F_2|$）的点的轨迹叫作椭圆，这两个定点叫作椭圆的焦点，两焦点间的距离叫作椭圆的焦距，焦距的一半称为半焦距。

教师活动：教师可以在此时讲述由古希腊著名学者阿基米德提出的“同心圆辅助画椭圆”的方法，作为课外知识进行补充。

“做中学”是情境认知理论所倡导的观点。在上述过程中，教师并不是直接告诉学生结论，也没有通过信息技术进行演示，而是通过让学生带着问题，在动手操作的过程中，去尝试解决，去探究体会知识的形成过程。

思考 3：（1）椭圆定义中将“大于 $|F_1F_2|$”改为“等于 $|F_1F_2|$”的常数，其他条件不变，点的轨迹是什么？（2）椭圆定义中将“大于 $|F_1F_2|$”改为“小于 $|F_1F_2|$”的常数，其他条件不变，动点的轨迹是什么？

师生活动：学生继续用刚才的工具进行实验，初步得到：当距离和等于 |F1F2| 的常数时，会得到一条线段；当距离和小于 |F1F2| 时，这样点的轨迹不存在。教师则利用信息技术进行展示，通过设置一系列的数据，来进一步证明刚才的结论。

设计意图：进一步加深学生对于椭圆定义的理解，重点强调椭圆定义中距离的和大于 $|F_1F_2|$ 这一条件。在这个过程中培养学生的逻辑推理，数学抽象素养。提高学生思维的严谨性。

（三）建系推导，建立椭圆的标准方程

思考 4：求曲线方程的一般步骤是什么？建立直角坐标系的原则有哪些？

师生活动: 学生复习求曲线方程的步骤及建立坐标系的原则。类比前面圆的方程的求法，引导学生用坐标法探究椭圆的方程。

思考 5：如何恰当地选择坐标系才能使椭圆方程尽可能简单？

师生活动：先请学生自己试着建立坐标系，在学生操作的过程中引导学生建系时注意数学的简洁美和对称美。通过分析椭圆的某些特征如对称性，使方程简洁。

设计意图：通过回忆前面所学知识，类比圆的学习过程，来对椭圆方程进行探究。引导学生以已有知识经验为知识的生长点和附着点，去建构新的知识体验。

教师总结：一般地，如果椭圆的焦点为 F_1 和 F_2，焦距为 $2c$，椭圆上的动点 P 满足 $|PF_1|+|PF_2|=2a$，其中 $a>c>0$，以 F_1F_2 所在直线为 x 轴，线段的垂直平分线为 y 轴，建立平面直角坐标系，椭圆的焦点分别为 F_1（$-c$，0），F_2（$-c$，0）。

师生活动：在建立好坐标系之后，设动点 P 的坐标为（x，y）。初步在坐标系中画出图像（图 1），画出动点 P，以及焦点，接着引导学生利用等量关系 $|PF_1|+|PF_2|=2a$ 列好方程，并尝试化简。教师进行指导。在这个过程中方程的化简是难点。

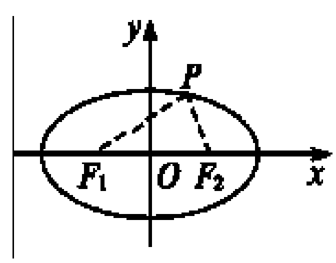


图 1

根据 $|PF_1|+|PF_2|=2a$，可以列出方程 $\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{x-c)^2+y^2}$ $=2a$。学生们大都能列出此方程，但是对于方程化简存在一定的问题。在这个过程中需要重点对方程化简进行讲解。

师生活动：为了是方程解答过程变简单，选择移项，将等号的一边留下只含有根号的项 $\sqrt{(x+c)^2+y^2}=2a+\sqrt{(x-c)^2+y^2}$。接着将方程左右平方：（$x+c$）^{2}+$y$2=4$a^2$+（$x-c$）^{2}+$y^2$–4a $\sqrt{(x-c)^2+y^2}$；继续去括号，移项整理会得到：$a\sqrt{(x-c)^2+y^2}=a^2-cx$ 两边再平方得 a^2（$x-c$）^{2}+a^2y^2=a^4+c^2x^2–2a2cx：继续移项，合并同类项，会得到：（a^2–x^2）x^2+a^2y^2=a^2

（a^2–c^2）；为了更好地观察方程的特点，左右两边同时除以 a^2（a^2–c^2）。最终师生共同得到椭圆曲线的方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1$，由椭圆的定义可知 $2a>2c>0$，所以 $a^2-c^2>0$。

设计意图：这一部分涉及的计算量较大，学生容易望而生畏，但其实方程化简的方法很多，比如直接移项计算，也可以采用有理化的方法，还可以引导学生考虑“等比中项”的方法……要求学生一定动手完成，学生在这个过程中理解掌握推导过程。帮助学生进一步体会数形结合的思想方法。发展学生数学运算，数学抽象和数学建模的核心素养。

思考 6：P 点在椭圆与 y 轴正半轴交点处时，你能从中找出表示 $a,c,\sqrt{a^2-c^2}$ 的线段吗？

师生活动：学生观察图像并推导计算能得到 $|PF_1|=|PF_2|=a$，$|OF_1|=|OF_2|=c$，$|OP|=\sqrt{a^2-c^2}$。教师补充，令 $b=|PO|=\sqrt{a^2-c^2}$，那么方程就是 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 称焦点在 x 轴上的椭圆方程。

思考 7：根据椭圆的形状特点，是否还有其他建立坐标系的方式呢？

师生活动：通过观察学生会发现刚才椭圆是“横向”放置在坐标轴上；由于椭圆有两条对称轴，所以椭圆如果“竖向”放置在坐标轴上可能会有不一样的结论。教师引导学生“横向”其实是指椭圆的焦点在 x 轴上；竖向放置则是指椭圆焦点在 y 轴上。

设计意图：启发学生去探索焦点在 y 轴上的椭圆方程。

探究 2：设椭圆的焦点为 F_1 和 F_2，焦距为 $2c$，而且椭圆上的动点 P 满足 $|PF_1|+|PF_2|=2a$，其中 $a>c>0$，以所在直线为 y 轴，线段的垂直平分线为 x 轴，建立平面直角坐标系。（1）此时椭圆焦点的坐标分别是什么？（2）试着找出此时椭圆的方程。

师生活动：学生类比上述方法进行探究，教师适当指导。在学生完成之后，教师再给出推导过程，并归纳总结。并说明法国数学家洛必达在其所著的《圆锥曲线解析论》中也是采用这样的方法推导出了椭圆的标准方程。

设计意图：有了求焦点在 x 轴上椭圆方程的经验，类比上述求椭圆方程过程，引导学生求焦点在 y 轴上的椭圆方程。发展学生数形结合及方程思想，培养学生逻辑推理，直观想象、数学建模和数学运算的核心素养。情境认知学习理论认为，在真实或仿真的情境中学到的知识，学生更能掌握其知识的本质特征，更有可能发生知识的迁移。知识是在情境中建立的，又是通过活动和运用不断发展的，因此情境认知学习理论强调将知识视作工具，并试图通过真实实践中的活动和社会学互动促进学生的文化适应。

（四）巩固提升

（1）“天宫一号”载人飞行器的运行轨道是以地球中心为一个焦点的椭圆，设其近地点离地面的距离 n 千米，远地点离地面的距离为 m 千米，地球的半径为 R。求焦距。

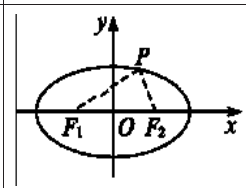
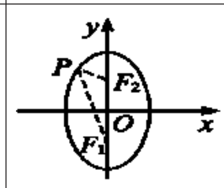
（2）分小组测量所需要的数据，近似地求出下列椭圆形物体的标准方程。

设计意图：第一小题以航空航天为背景，考察学生对于椭圆各部分关系的理解；第二小题需要学生合作完成，通过实际测量所需要的数据，将所学的知识应用于实际中。两道练习都是对于所学知识的应用，第二小题则更为直观地体现了数学知识来源于生活，并应用于生活。在这个过程中提升学生数学建模，数形结合，及方程思想，发展学生逻辑推理，直观想象、数学抽象和数学运算的核心素养。

（五）归纳总结

（1）本节课有哪些收获？总结求椭圆标准方程的一般步骤。

（2）总结圆锥曲线的标准方程，完成表格。

	焦点在 x 轴上	焦点在 y 轴上
椭圆的标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$
图形		
焦点坐标	F_1（$-c$，0），F_2（c，2）	F_1（0，$-c$），F_2（0，c）
a、b、c 的关系	$b^2=a^2-c^2$	

设计意图：通过总结，提高学生概括能力。在完成表格的过程中加深对于椭圆标准方程的认识。比较直观地展示了本节课所学内容，进一步巩固知识。

在以上教学设计中，教师通过设置学生感兴趣并与实际生活紧密相连的情境开始导入本节课题，将知识根植于情境脉络之中。在教学过程中，教师设置了一系列动手操作，小组合作的探究活动，学生在运用已有知识经验的基础上去探究新知，在实际应用中感受知识的形成。并且在教学环节的每一部分，教师都渗透了跟圆锥曲线相关的数学文化，通过讲述数学家的故事，引导学生学习数学家们看待问题的方式，增加了课堂的活力与生命力。

四、结语

将情境认知理论模式应用于高中数学教学活动中切实冲破了传统教学模式的束缚，能够提高数学课堂教学效率，对于当前高中数学教学目的的实现具有重要意义。为了全面保证教学效果，教师要保证数学情境的合理性以及与现实生活的联系性，引导学生能够自主快速地进行情境的带入。还要注意问题的设置，教师应结合情境巧妙地设计问题，逐步引导学生进行更加深入的思考与探究，以此使学生在已有知识经验中结合探究所得生发出对于新知识的理解。最后，要注意生活实例的列举，培养学生对于数学知识灵活应用的能力。在教学过程中设置适当的探究活动，使学生通过实际动手操作去探究知识，在“做”中去学习，去感受知识的形成过程。

参考文献：

[1] 李佩宁 . 什么是真正的跨学科整合——从几个案例说起 [J]. 人民教育，2017（11）：76-80.

[2] 唐刚 . 关于高校数学教学中应用情境认知理论研究 [J]. 佳木斯职业学院学报，2018（7）：320-321.

[3] 孙媛 . 基于情境认知理论培养高中生物理核心素养的教学研究 [D]. 哈尔滨：哈尔滨师范大学，2018：29-30.

[4] 刘建浩 . 基于情境认知与学习理论的教学设计——圆周运动 [J]. 物理教师，2019（7）：31-33.