

单元整体视域下高中数学新授课教学设计探究

——以“直线的倾斜角与斜率”为例

蒋丰盈 高铭程 诺

(怀化学院数学与计算科学学院, 湖南怀化 418000)

摘要: 随着时间的推移, 新课标改革深度推进, 强调高中数学课堂教学要着重把握整体教育内容, 彰显数学单元教学设计内核, 即构成整体观, 实现结构化。围绕“直线的倾斜角与斜率”这一内容为例, 探究单元整体视域下高中数学教学新路径。实践教学中要紧扣单元教学主题, 渗透研究内核, 精心挑选教学素材, 加深学生对知识的理解和建构。

关键词: 单元教学; 高中数学; 直线的倾斜角与斜率

单元整体教学摒弃传统线性逻辑教学思路, 一定程度上规避“知其然不知其所以然”的问题, 使得学生辩证看待数学知识教学体系, 加深学生认知的同时, 促使其对数学知识建立一种单元意识, 随着新教材的建设应用, 对于教材中单元教学内容深度探究是教学的重难点。高中数学人教版新素材的章节, 都可融合情境教学、学生实践互动、理论建构等形式, 实现不同章节间知识的串联。本文主要围绕高中数学“直线的倾斜角与斜率”内容为例, 探究单元整体视域下数学新授课的教学设计。

一、直线与方程单元的内容与目标解析

(一) 内容和内容解析

第一, 内容。此类知识探究的主要内容是帮助学生了解直线的倾斜角与斜率的相关概念, 引导学生明确直线斜率公式。第二, 内容解析。此课程是人教版数学必修二章节的第一课时, 也是高中解析几何知识的开始。直线的倾斜角与斜率是几何知识重要组成不等, 也是贯彻直线倾斜程度的要素和代数表示。围绕坐标法探究直线以及内含的几何性质。此课程不仅要明确两个方面的概念, 获得相应公式, 同时也要学生了解几何问题运用代数解决的过程, 初步分析几何基础的思想方法, 同时也为后续学习奠定坚实基础, 有十分重要的作用。倾斜角是基于几何的角度探究直线倾斜程度, 教材中综合不同图形, 探究直线位置中的集合要素, 并明确直线倾斜角的核心概念。斜率是基于代数角度探究直线倾斜程度, 文本中选用坡度引出直线倾斜的概念, 同时对直线的倾斜角与斜率之间的关系展开论述, 帮助学生了解直线倾斜程度中蕴含的几何要素和代数之间的关联性。直线通过两个点确认, 简单而言, 在直线中的两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ (其中 $x_1 \neq x_2$), 就会对直线唯一确定, 说明直线的倾斜角和斜率也以固定, 表明直线斜率和坐标之间存在关联性, 因此直线斜率可以运用直线坐标展示, 也是经过直线坐标的斜率公式。

(二) 目标和目标解析

第一, 目标。明确倾斜角的理念, 同时确认直线中包含的几何要素, 了解斜率的定义和公式, 通过将几何问题转化为代数解析, 树立坐标法中心思想。第二, 目标解析。在平面直角坐标系中, 结合相应的几何图形, 探索直线位置存在的多种要素, 引出其中蕴含的直线倾斜角理念, 确定这一内容的取值范围。借助坡度概念引出直线斜率的内容, 旨在让学生体验数形结合思想和转化思想的意义和价值, 有助于加深学生对变量的认知, 使得学生初步明确几何图形的特性, 以及其进行代数化的过程, 了解坐标法。

(三) 教学问题诊断分析

两点确定一线这是学生熟知的数学概念, 如何借助直角坐标确定参照系和相关几何要素, 对学生而言有一定难度。因此, 教师在教学过程中可以引导学生树立两点确定的是直线上的点和方向, 在结合直线方向的正确描述, 构建倾斜角概念, 从而了解点和角之间的关联性。为学生渗透斜率方面的知识时, 教师可以充分运用学生已学基础, 指导学生运用同样的概念刻画倾斜程度的量与倾斜角联系起来, 结合坡度计算模式, 引入斜率概念。要知道倾斜角和斜率都能刻画直线倾斜程度。探究已知两点求直线的斜率公式, 不仅是课堂教学的重点, 也是后续学习的关键内容之一。简单而言, 这一内容揭示了在同一直线上的点大多具备一般规律: 经过任意两点所确认的倾斜角都是相同的, 为学生后续学习直线方程奠定基础, 也表明直线的倾斜角存在原因, 在解题中需要涉及斜率这一概念。这一点学生在后续教学活动中也可慢慢领悟, 由倾斜角到斜率, 然后到斜率的坐标化, 也是解析思想的关键所在。注重坐标系下的直线位置, 以及 P_1 、 P_2 所在位置顺序, 渗透分类讨论思想, 其中关于倾斜角和斜率概念是教学重难点。

二、单元整体视域下“直线的倾斜角与斜率”课堂教学设计

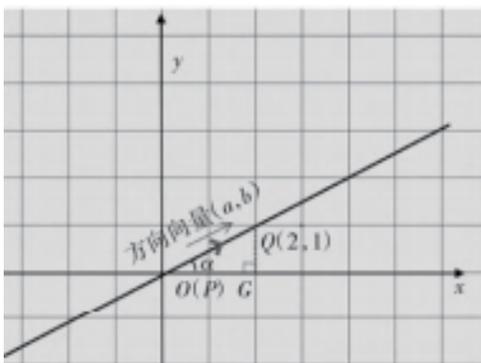
(一) 遵循教材内容, 合理设置课题导入

针对教学内容的教学, 需要从直线着手展开探究, 综合运用坐标法相关思想, 明确直线代数表达行驶至, 需要探析坐标系下直线的几何特性, 确定直线位置的几何要素, 用代数的形式将几何要素展示出来。以下述问题为例, 在平面直角坐标系中, 认为直线 l 的位置需要哪些条件确认? 对这一问题的设置旨在引导学生学习所学内容, 并延伸知识存储。预设的回答是两点确定一条直线, 引导学生主动探究这一内涵, 并且明确两个点是直线上的某点和方向, 强调过一点不能确定一条直线。设置问题二: 在直角坐标系中, 任何一条直线都存在相对倾斜度, 可以用怎样的变量展示这一倾斜度? 这一问题的设定在于概述直线倾斜程度的几何要素, 从而引出相应的倾斜角概念, 可以指导学生将学习重心放置在描绘直线倾斜程度上, 指导学生可以运用角来探究直线位置。设置问题三: 结合倾斜角的定义, 倾斜角设定范围是什么? 此问题设定的意图在于让学生了解倾斜角的设定范围在 $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ 。任何一条直线都包含倾斜角吗? 不同的直线倾斜角度一定不相同吗? 你认为确定平面直角坐标系中一条直线位置的几何要素是什么? 设置这一问题的意图在于帮助学生理解一条直线位置的几何要素是直线中的定点和倾斜角, 二者缺一不可。上述问题探究寻求直线几何要素是两点或是一点一倾斜角, 尚未确认一个等量关系, 找到直线代数, 探究直线上点在变动过程中有哪些量是不变的。

(二) 精选课堂学材, 达到知识体系化理解

由传统的教材教学转化为“因材施教”, 是教师应用高中数学好教材的具体体现, 也是培育学生数学核心素养, 实现单元知识教学的有效路径。结合教材知识展开教学并非是照搬照抄, 而是结合自身知识建构和学生深度学习理念需求合理选择、优化创编, 使得学生可以在变式问题或是改变问题驱动下明确不同知识之间的逻辑关系, 将原本松散的数学知识更趋向于整合化, 从而

组建成知识体系便于学生理解。因此，直线的倾斜角与斜率新授课环节，教师需要结合一定的逻辑顺序完成变式探究和知识延伸。第一，通过变式探究引出斜率概念，指导学生获取斜率公式。综合下述条件指出直线 l 和 x 轴之间形成的角 α 与 P 、 Q 两点的坐标能建立的等量关系。直线 l 经过 $P(0, 0)$ 、 $Q(2, 1)$ 、直线 l 经过 $P(-1, 1)$ 、 $Q(2, 3)$ 、直线 l 经过 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ ，且 $x_1 \neq x_2$ 。通过特殊化过原点 O 的直线 l ，引出这一直线斜率为 $k = \tan \alpha = 1/2$ 。实际教学过程中，教师序号引导学生绘制坐标系如（如图一），将直线和 x 轴交汇所形成的角和两点坐标构建等量关系，这一代数问题直接转化为几何问题——求直角三角形 PQG 内 $\angle QPG$ 的正弦值。大多数情况下，解题思路为转化为不经过直角坐标系原点的直线，探究角的值，需要结合直线 l 上任意两点 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ 且 $x_1 \neq x_2$ ，寻出三角形内部角的正弦值。另外，教师也可运用直线斜率进行展示，对于直线中的任意两点 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ ，如果 $x_1 \neq x_2$ ，则可结合相似三角形的知识获取，是一个定值，可以将其称之为直线的斜率。指导学生明确不同数值的表现形式，让其感受不同符号间的简洁美。



图一：探究直线 l

（三）运用几何画板板书，树立思想建构图

直线的倾斜角与斜率教学过程中，教师可以融合直线方程知识点，借助直线方程探究不同直线之间的衔接性，并且围绕直线特性构建留白板书，并在课堂中向学生提出相关问题，旨在推动学生主动思考，有效锻炼学生逻辑思维能力。设置下述问题：第一，通过学习这一概念知识，自身认为可以明确的几何要素有哪些？是否可以完成空白处的填空？补充完板书内容后，归纳总结此次课堂教学共涉及哪种数学思想，其中最为核心的思想是什么？此类问题的设计意图在于可以加强学生思想层面的共鸣。问题一设定可以引导学生回顾课堂所学内容，帮助其明确直线倾斜程度、数值定量、两点坐标等内容，激发学生主动探究知识的欲望，使其在课堂中勇于表达内心的真实想法。问题二的设定旨在让学生将各个条件进行对比，使其重温知识探究过程后归纳总结，加深学生对所学内容的理解程度，有效转化数学思想，促使学生明确直角坐标系的关键作用，实现代数与几何知识的转化。问题的设定旨在培育学生高阶思维能力和批判性思维能力，使得学生可以形成整体观念和认知体系，帮助学生构建学科整体概念，明确直线斜率和直线方程之间的关系，做到承上启下的作用。

三、教学反思

（一）着重把握课堂教学的探索线

“直线倾斜角和斜率”是解析几何的起始课。是一门深入探讨解析几何的课。它使得学生更加清楚地了解两个概念，帮助学生熟悉相关的公式，并且能够更好地理解化归的过程。引导学生更加深入地了解直线的倾斜角（形）与点的坐标之间的关系，从

而更好地掌握解析几何的基本方法。积极探寻教学内容设定的探索线，揭开数学知识的神秘面纱，学生们就不会感到迷惑，教师以数学知识探究为核心，精心设计数学问题，一步一个脚印，逐步深入，最终成功实现了教学目标，充分展示出课堂教学的有效性。

（二）攻克数学知识教学的重难点

通过运用“坡度”等例子，便于学更好地理解倾斜角和斜率的概念。因此，教师在课堂中利用“楼梯或路面的倾斜程度”的例子，将倾斜角和斜率的概念联系起来，以此更好地描述和理解现代社会的现象。教师教学案例的设置，首先将已知的直线与 x 轴的交点相对固定，并将其作为一个平面坐标系，从而使得“升高”“前进”的概念得到体现。教师课堂教学知识的延伸，则将其作为一个平面坐标系，将其作为一个平面坐标系，从而使数学课程的概念得到体现，从而使“升高”“前进”的概念得到更好的理解。在“坡度”中，“固定”与之相关，接下来，将“固定”与“鲜活”相结合，构建直角三角形，进一步分析。经过这种有机结合，从而形成一种新颖、有机的关系，可谓一大亮点。

（三）深度探究课本试题潜在功能

教学实例应用可以激发教学功能，旨在帮助学生了解斜率公式，并依托这一数据明确倾斜角的特性。教师对于各个教学案例功能发掘较深你，对于相关问题需要及时优化调整，实现短平快训练，有效提升课堂教学成效。也可在课堂教学中融合几何画板等教学工具，加深学生对直线斜率和倾斜角之间的关系，同时加深对倾斜角如果等于 90° 直线斜率不存在的理解。其他事例的运用也是课堂教学的亮点，通过绘制直线，融合数形结合理念，不断加深学生对直线斜率公式的理解，也为今后方程式学习奠定基础，对于教材的理解十分到位。

（四）充分发挥几何画板重要作用

直线运动变换可以被清晰地展示出来，从而让学生更容易理解并掌握倾斜角的概念。而“绕定点旋转”的直线的倾斜角的变换，可以清晰地看出其取值的范围。教师利用几何画板的优势，将其作为一种可以实际测量的工具，让学生更容易地掌握其变换的规律，并且让课堂学习学习更有趣、更有意义。可以选用几何画板测量直线斜率，也计算出 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 数值，从而得出 $\tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 这一结论。教师在课堂教学过程中合理引入教学辅助工具，对于教学内容展示得当，便于学生对各种变换规律的认知，同时丰富了学生课堂教学体验和感受。

四、结束语

综上所述，教师应该从一个更宏大的视野来看待高中数学的新授课。为了体现这一点，教师应该把直线倾斜角和斜率课程内容纳入到高中数学教学整体框架里，并且确保学生的“问题”“探究”和“习题”能够有机地联系起来，从而达到课堂教学预期目标。这样，教师就能够在有限的时间内，培养出学生优秀的数学思维和核心能力，为学生今后发展打造一片美好的天地。

参考文献：

- [1] 吴仲玲, 张宗余. 缘由策略实践展望——整体观下的函数单元教学课时设计[J]. 中学数学教学参考, 2022(11): 5.
- [2] 蒋渤. 中小学数学教育教学研究(2016-2020年)——基于人大复印报刊资料的转载数据[J]. 天津师范大学学报(基础教育版), 2022, 23(1): 22.
- [3] 曾荣. 单元教学的整体设计与课时实施——以“圆锥曲线”单元教学为例[J]. 数学通报, 2021(3): 33.

资助项目编号：湖南省教育厅科学研究项目(21C0633)；怀化学院科学研究项目(HHUY2022-28)