如何破解江苏高考应用题

李 诚

（江苏省扬州市广陵区邦国教育，江苏 扬州 225000）

摘要：通过对历年江苏高考真题的研究，我们发现应用题是大多数高考学子心中的痛，分值大，但得分率非常低，题目的灵活性很大。那么如何破解应用题呢？首先我们要知道应用题的前世今生和由来，然后尝试从命题老师的角度去思考应用题。应用题在小学课本中叫解决问题的策略，并且一直延续到高中课本，都离不开应用题的学习。

关键词：应用题；高中

我们学习数学，从小学到初中，从初中到高中，从高中到大学，从大学再到读硕读博，接触到的永恒不变的题型就是应用题。这是因为数学这门学科是源于生活的，生活中到处都可以寻找到数学的应用场景：水杯、蔬菜大棚、仓库、公路、车站、花园、喷泉、停车场湖泊、山峦……这些我们日常生活中的场景就构成了应用题取材的来源，命题老师首先确定需要考查的基本图，可能是平面的，也可能是立体的。基本图确定好之后去设置所需要的点和线，立体图还需要面，平面图形一般是组合图形，由直线、圆、正方形、矩形、梯形（等腰梯形、直角梯形）、三角形，扇形等其中的两种或三种进行组合确定命题图形。最后将命题图形融入到实际生活的场景中。

了解了应用题的命题背景之后，很多同学一定迫不及待想问有没有一系列的模型和方法可以去破解应用题呢？接下来我为同学们总结了江苏高考应用题的 8 大模型及其对应的破解方法，希望同学们读完后能有所启发。

应用题总体破解五步曲：

第一步读题干。

这里的读需要读三遍。第一遍通读语句，了解题目大致背景；第二遍寻找关键语句，标示已知条件；第三遍精读，找到变量之间的顺序和逻辑关系，讲文字语言转化为数学语言。其中第三遍精读是最难的，仔细阅读，深度阅读，理解含义。题目中限制性的语句都是对自变量的范围。应用题做不出来的考生在 3 个方面存在问题，不会读题、不会建模或者是不会运算。高考的应用题的语言都是经过高度概括、精雕细琢的，命题老师将条件进行有意覆盖和隐藏，从而增加了理解的难度。所以分析题意需要花一定的时间和精力。总结一下，考生读不懂题干的原因：一是时间紧张；二是心态紧张，没有心思去认真分析；三是题目对变量进行隐藏，找不到变量之间的逻辑关系，而并非真正的读不懂。我教同学们一个方法，当题目文字叙述较长时，我们可以把题干看成是一个故事，自己充当题目情景里面的主人公，这时候会有意想不到的效果，帮助我们理解题意，同学们不妨去试一试。

第二步设变量。

高考题中的变量通常指角度和长度。那么我们如何设变量呢，一般优先选择设角度，因为三角函数的公式比较多，用角度去表示边比较方便。求长度的方法一般用正弦定理、余弦定理，还可以建系。变量的个数有可能是一个变量，角度或长度，也可能是两个变量。

第三步建模。

分析清楚变量之间的关系之后我们要考虑采取什么样的模型去处理，有关模型的选择在下文将会详细介绍。

第四步计算。

一般来说第二问是求最值和范围问题，这个时候我们需要根据模型的特点选择合适的计算方法，用基本不等式还是求导，大方向用求导之前是否要先化简处理一下，还是直接求导，还是换元构造新的函数再求导等等都需要我们进行总结和归纳。

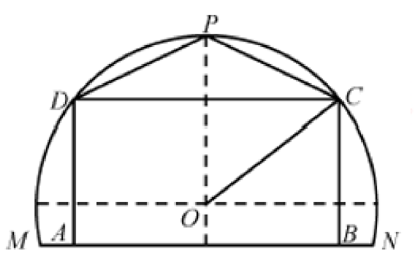
第五步检验。

对计算得到的最值进行检验，代回到原来题目中进行检验，看看用模型解出来的最优解是否满足题意，还原题目本来的情景。

题型 1：三角模型

破解：常用解三角形中的正弦定理、余弦定理、三角函数中的诱导公式，二倍角公式，两角和差的正余弦正切公式，辅助角公式来建立函数关系式，再用导数，基本不等式，函数的方法求最值。三角模型主要分为三类，第一是运算类，需要通过大量计算表示出边角关系；第二是求导类，对于复杂函数采用导数的方法求最值；第三是图形类，在图形的内部往往需要做辅助线，辅助线中大部分都是做垂线，少部分是做平行线，或者连接一些重要线段，比如三角形的三线（角平分线、中线、高），圆的半径。例如 2018 年的江苏高考应用题。

例 1. 某农场有一块农田，如图所示，它的边界由圆 O 的一段圆弧 MPN（P 为此圆弧的中点）和线段 MN 构成. 已知圆 O 的半径为 40 米，点 P 到 MN 的距离为 50 米. 现规划在此农田上修建两个温室大棚，大棚 I 内的地块形状为矩形 ABCD，大棚 II 内的地块形状为△ CDP，要求 A，B 均在线段 MN 上，C，D 均在圆弧上。设 OC 与 MN 所成的角为θ.



（1）用θ分别表示矩形 ABCD 和△ CDP 的面积，并确定sinθ的取值范围；

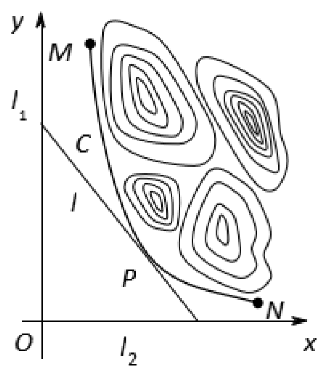
（2）若大棚 I 内种植甲种蔬菜，大棚 II 内种植乙种蔬菜，且甲、乙两种蔬菜的单位面积年产值之比为 4 ∶ 3. 求当θ为何值时，能使甲、乙两种蔬菜的年总产值最大.

题型 2：初等函数模型

破解：遇到基本初等函数的模型，我们需要对函数的结构和特点进行研究，一次函数、二次函数和反比例函数根据函数类型得到目标函数解析式，根据遇到直线与曲线相切问题需要设出切线方程。掌握常见函数如二次函数、三次函数、分式型函数（尤

其二次分式函数 $y=\dfrac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ 、无理函数等最值的求法，用导数求函数最值要引起重视。例如 2015 年的江苏高考应用题。

例 2. 某山区外围有两条相互垂直的直线型公路，为进一步改善山区的交通现状，计划修建一条连接两条公路和山区边界的直线型公路，记两条相互垂直的公路为 l_1l_2，山区边界曲线为 C，计划修建的公路为 l，如图所示，N，N 为 C 的两个端点，测得点 M 到 l_1l_2 的距离分别为 5 千米和 40 千米，点 N 到 l_1l_2 的距离分别为 20 千米和 2.5 千米，以 l_1l_2 所在的直线分别为 x，y 轴，建立平面直角坐标系 xOy，假设曲线 C 符合函数 $y=\dfrac{a}{x^2+b}$（其中 a，b 为常数）模型.



（1）求 a，b 的值；

（2）设公路 l 与曲线 C 相切于 P 点，P 的横坐标为 t.

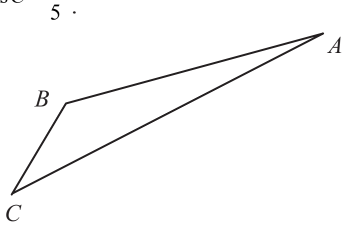
①请写出公路 l 长度的函数解析式 $f(t)$，并写出其定义域；

②当 t 为何值时，公路 l 的长度最短？求出最短长度.

题型 3：图形行程模型

破解：首先根据图形把已知的线段和角进行标注，因为是行程问题所以最后肯定需要转化为线段长度，进一步转化为路程等于速度乘以时间。一般来说利用已知的边角关系采用正弦定理，余弦定理得到未知的边角之间的关系。最后还会结合不等式与线性规划求变量的范围。例如 2013 年的江苏高考应用题。

例 3. 如图，游客从某旅游景区的景点 A 处下山至 C 处有两种路径 . 一种是从 A 沿直线步行到 C，另一种是先从 A 沿索道乘缆车到 B，然后从 B 沿直线步行到 C. 现有甲、乙两位游客从 A 处下山，甲沿 AC 匀速步行，速度为 50m/min. 在甲出发 2min 后，乙从 A 乘缆车到 B，在 B 处停留 1min 后，再从匀速步行到 C. 假设缆车匀速直线运动的速度为 130m/min，山路 AC 长为 1260m，经测量，$\cos A=\dfrac{12}{13}$，$\cos C=\dfrac{3}{5}$.



（1）求索道 AB 的长；

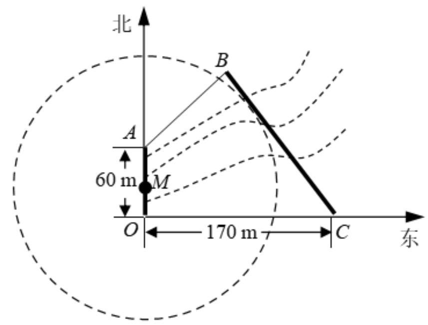
（2）问乙出发多少分钟后，乙在缆车上与甲的距离最短？

（3）为使两位游客在 C 处互相等待的时间不超过 3 分钟，乙步行的速度应控制在什么范围内？

题型 4：解析几何模型

破解：建系是核心策略，将点坐标化、直线解析化，几何问题代数化。遇到直线与圆为背景的组合图形，点的坐标较多时往往都是采用建系的方法。直线与圆考查最多的就是切线模型，一定要把切点坐标设出来，用切点坐标去表示其他量。其中关于建系的方法如下：遇到圆一般以圆心为原点建系，矩形、正方形、平行四边形一般以左下角顶点为原点建系，等腰梯形一般采用对称建系。建系之前需要考虑清楚可行性，对于运算能力也有一定的要求。例如 2014 年的江苏高考应用题。

例 4. 如图所示，为了保护河上古桥 OA，规划建一座新桥 BC，同时设立一个圆形保护区. 规划要求：新桥 BC 与河岸 AB 垂直；保护区的边界为圆心 M 在线段 OA 上并与 BC 相切的圆．且古桥两端 O 和 A 到该圆上任意一点的距离均不少于 80m．经测量，点 A 位于点 O 正北方向 60m 处，点 C 位于点 O 正东方向 170m 处（OC 为河岸），$\tan\angle BCO=\dfrac{4}{3}$.



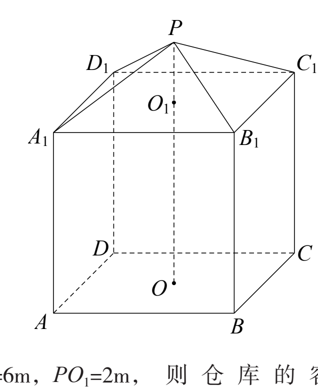
（1）求新桥 BC 的长；

（2）当 OM 多长时，圆形保护区的面积最大？

题型 5：立体几何模型

破解：出现以常见几何体（柱体、锥体、台体、球体）为背景的基本图时，以体积或表面积为函数往往运用常见几何体的表面积公式和体积公式求解。这类模型较简单，将几何体的边长或角度设为变量，表示为表面积或者体积的函数，然后利用导数或函数的单调性求最值。例如 2016 年的江苏高考应用题。

例 5. 现需要设计一个仓库，它由上下两部分组成，上部分的形状是正四棱锥 $P\text{-}A_1B_1C_1D_1$，下部分的形状是正四棱柱 $A_1B_1C_1D_1\text{-}ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$（如图所示），并要求正四棱柱的高 O_1O 是正四棱锥的高 PO_1 的 4 倍.



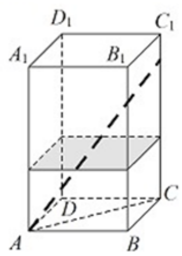
⑴ 若 AB=6m，PO_1=2m， 则 仓 库 的 容 积 是 多 少；

⑵若正四棱锥的侧棱长为 6m，当 PO_1 为多少时，仓库的容积最大？

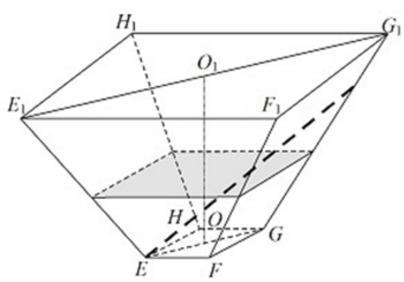
题型 6：平面几何模型

破解：通常需要设出变量，一般设角度，然后用设出的变量去表示图形中出现的所有边和角，构建特殊三角形，需要利用全等三角形和相似三角形的知识去表示其他的线段。另一种情况是立体几何平面化，表面上是立体几何，但是实际上则是平面几何，通常需要把几何体的横截面或者所研究的平面单独画出来进行研究。例如 2017 年的江苏高考应用题。

例 6. 如图，水平放置的正四棱柱形玻璃容器Ⅰ和正四棱台形玻璃容器Ⅱ的高均为 32cm，容器Ⅰ的底面对角线 AC 的长为 $10\sqrt{7}$ cm，容器Ⅱ的两底面对角线 EG，E1G1 的长分别为 14cm 和 62cm. 分别在容器Ⅰ和容器Ⅱ中注入水，水深均为 12cm. 现有一根玻璃棒 l，其长度为 40cm.（容器厚度、玻璃棒粗细均忽略不计）



容器Ⅰ



容器Ⅱ

（1）将 l 放在容器Ⅰ中，l 的一端置于点 A 处，另一端置于侧棱 CC1 上，求 l 没入水中部分的长度；

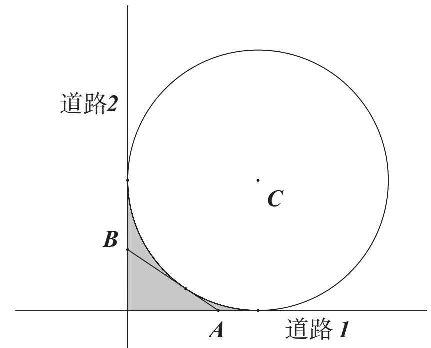
（2）将 l 放在容器Ⅱ中，l 的一端置于点 E 处，另一端置于侧棱 GG1 上，求 l 没入水中部分的长度 .

题型 7：多变量模型

多变量模型指的是题目中出现了两个或者多个变量为未知数，这类应用题的难度会增加不少，难点在于第一如何设变量，第二如何利用变量建立函数模型，第三如何解模。我们可以发现这类应用题函数关系往往与两个变量都有关，因此只设一个变量无法表示函数。

破解：第一种策略是主元法，把多变量逐个干掉，第二种策略是基本不等式，多变量同时干掉。如果两个变量有关系，我们采用消元的策略干掉一个，只留一个。如果两个变量之间没有关系，这就是多变量模型，也是最难的一种。

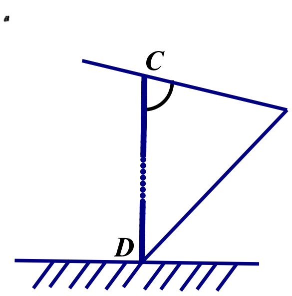
例 7. 如图，某城市有一块半径为 1（单位：百米）的圆形景观，圆心为 C，有两条与圆形景观相切且互相垂直的道路. 最初规划在拐角处（图中阴影部分）只有一块绿化地，后来有众多市民建议在绿化地上建一条小路，便于市民快捷地往返两条道路. 规划部门采纳了此建议，决定在绿化地中增建一条与圆 C 相切的小道 AB. 问：A，B 两点应选在何处可使得小道 AB 最短？



题型 8：多参数模型

破解：遇到题目中出现了多个参数的问题，我们可以采用固定法，将一个参数看成主要参数，另外的参数表示为主要参数的函数，集中精力研究主要参数的变化规律，主要参数的选择主要取决于题意的分析，本质上还是采用消元的思想，分析清楚各参数之间的关系是解题的关键。多参数模型也是应用题中较为复杂的一种模型。

例 8. 某运输装置如图所示，其中钢结构 ABD 是 $AB=BD=l$，$\angle B=\dfrac{\pi}{3}$ 的固定装置，AB 上可滑动的点 C 使 CD 垂直于底面（C 不与 A，B 重合），且 CD 可伸缩（当 CD 伸缩时，装置 ABD 随之绕 D 在同一平面内旋转），利用该运输装置可以将货物从地面 D 处沿 $D\to C\to A$ 运送至 A 处，货物从 D 处至 C 处运行速度为 v，从 C 处至 A 处运行速度为 $3v$. 为了使运送货物的时间 t 最短，需在运送前调整运输装置中∠ $DCB=\theta$ 的大小 .



（1）当 θ 变化时，试将货物运行的时间 t 表示成 θ 的函数（用含有 v 和 l 的式子）；

（2）当 t 最小时，C 点应设计在 AB 的什么位置？

同学们，通过上面对江苏高考应用题的 8 种常见模型的分析和解读，我相信大家一定会有了自己的思考。在一定程度上达到了对于应用题会做、有思路的目标。但是，会做和做对之间还有一段路要走，这就是运算能力。接下来，我希望同学们在会分析应用题，有了自己思路的前提下，提高自己的运算能力，彻底破解高考应用题，这是我写此文的目的，也是我最大的心愿。最后祝愿所有高三的同学们高考成功，金榜题名，前程似锦！

参考文献：

[1] 胡文靖 . 从江苏高考谈应用题突破策略 [J]. 中学数学月刊，2015（7）：57-58.

[2] 周新玲 . 江苏高考数学应用题中的数学核心素养 [J]. 数学学习与研究，2018（3）：120-121.