

中职数学三角函数最值问题及求解

李米兰

(湖南陶瓷技师学院, 湖南 株洲 412000)

摘要: 中职数学中, 三角函数属于重点内容, 三角函数最值问题的求解方法较为灵活, 要求学生结合前后知识, 这就导致三角函数最值问题成为了难点问题。下文针对中职数学三角函数最值问题及求解进行深入分析, 希望可以有效突破难点教学内容。

关键词: 中职数学; 三角函数; 最值问题; 求解

一、中职数学三角函数最值问题

三角函数最值问题, 是三角函数其基础知识的综合应用, 可以考察学生对三角函数性质、概念、图像、两角公式与差三角、诱导公式等知识的综合应用能力而在这些年的考题中, 与三角函数相关的考题遍布于大小试题与应用题之中。

二、中职数学三角函数最值问题的求解

(一) 扎实掌握三角函数相关基础知识

首先, 需要对三角函数性质与图像问题进行了解。在三角函数最值问题求解中, 教师应指引学生对三角函数性质与图像进行了解和掌握, 需要准确理解三角函数的对称性、单调性、周期性、奇偶性、定义域、值域等内容, 并且可以在图像中表达出来, 可以结合图像对函数性质进行描述。

其次, 需要对三角函数变形方法进行熟练掌握。在对三角函数最值问题进行求解时, 大部分题目中三角函数都较为复杂, 这时需要学生把复杂的函数转变成简单的三角函数, 加之研究三角函数性质与图形时, 需要基于三角函数变换。因此, 教师应指引学生熟记三角函数基本公式, 并通过不断做题总结三角函数变换技巧, 进而有效拓宽学生对三角函数最值问题进行解答的思路。

(二) 常用的三角函数最值问题求解方法

1. 配方法。在对一元二次方程知识点进行学习时, 便涉及到了配方法, 配方主要是指把一个解析式通过恒等变形, 把其中的一些项配成正整数次幂的和的形式。在三角函数最值问题求解中, 利用最多的为配成完全平方式。

例如: 三角函数 $y=5\sin x+\cos 2x$, 求其最值。

在解答该道题时, 教师可以指引学生利用配方法, 但是需要注意的是避免混淆三角函数最值和二次函数最值。因为 $y=5\sin x+\cos 2x=5\sin x+(1-2\sin^2 x)=-2(\sin x-\frac{4}{5})^2+\frac{33}{8}$, 因为 $-1 \leq \sin x \leq 1$, 所以在 $\sin x$ 为 -1 时, $x=2n\pi-\frac{\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$ 时, 三角函数最值为 $-2 \times \frac{81}{16}+\frac{33}{8}=-6$; 在 $\sin x$ 为 1 时, $x=2n\pi+\frac{\pi}{2}$, $n \in \mathbb{Z}$ 时, 三角函数最值为 $-2 \times \frac{81}{16}+\frac{33}{8}=4$ 。

2. 换元法。主要是利用换元的形式, 把复杂的函数转变成简单的函数, 并求出新函数的定义域, 通过转变成常见的单个函数, 对三角函数最值问题进行解决。

例如, 三角函数 $y=\sin x \cos x+\sin x+\cos x$, 求其最大值。在解答该道题时, 教师可以指引学生利用换元法, 把三角

函数最值问题转变成二次函数求解问题。设 $t=\sin x+\cos x$, 且 $|t| \leq \sqrt{2}$, 所以 $t^2=1+2\sin x \cos x$, 所以 $\frac{t^2-1}{2}=\sin x \cos x$, 所以 $y=\frac{t^2-1}{2}$

$+t=\frac{(t^2+1)}{2}-1(-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2})$, 所以在 t 为 $\sqrt{2}$ 时, 三角函数

最值为 $\frac{(\sqrt{2}+1)}{2}-1=\sqrt{2}+\frac{1}{2}$ 。

3. 辅助角公式法。针对 $f(x)=a\sin x+b\cos x$ ($a>0$) 型的函数, 我们可以进行变形: $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x$

$+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x)$, 设点 (a, b) 是某角 φ ($-\frac{\delta}{2}<\varphi<\frac{\delta}{2}$) 终边

上的点, 那么 $\cos \varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin \varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, 因此 $f(x)$

$=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$ 就是所求辅助角公式, 因为 $\sin(x+\varphi) \in [-1, 1]$,

当 $\sin(x+\varphi)=1$ 时, $f(x)$ 取最大值 $\sqrt{a^2+b^2}$, 当 $\sin(x+\varphi)=-1$ 时,

$f(x)$ 取最小值 $-\sqrt{a^2+b^2}$ 。很多学生在对辅助角公式进行利用时, 常

会忘记反正切到底是 $\frac{b}{a}$, 还是 $\frac{a}{b}$, 以至于做题出现错误。实际上,

无论是正弦, 还是余弦, 来对 $a\sin x+b\cos x$ 进行表示, 分母的位置

是用公式 $\tan \varphi=\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$ 来判断的。

例如, 函数 $y=2\sin(\frac{\pi}{6}+x)+\cos(\frac{\pi}{6}+x)$, $x \in \mathbb{R}$, 该函数最小值为 ()。

A.-3 B.-2 C.-1 D.- $\sqrt{5}$

在解答该道题时, 教师可以指引学生利用辅助角公式法, 可以得出答案为 D。因为

$y=\sqrt{2^2+1^2}[\frac{2}{\sqrt{5}}\sin(\frac{\pi}{6}+x)+\frac{1}{\sqrt{5}}\cos(\frac{\pi}{6}+x)]=\sqrt{5}[\cos \varphi \sin(\frac{\pi}{6}+x)+\sin \varphi \cos(\frac{\pi}{6}+x)]$

$=\sqrt{5}\sin[(\frac{\pi}{6}+x)+\varphi]$, 其中 $\tan \varphi=\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}=\frac{1}{\sqrt{5}} \div \frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{1}{2}$, 所以当

$\sin[(\frac{\pi}{6}+x)+\varphi]=-1$ 时, y 有最小值为 $-\sqrt{5}$ 。

三、结语

在中职数学中, 三角函数最值问题及求解属于重点和难点问题。教师若想实现教学有效性的提高, 应当以科学有效的方式进行三角函数最值以及求解方法的教授。同时, 教师在教学实践时, 也要对教学形式加以完善, 让学生能够对三角函数概念、相关公式等形成正确认知, 深化他们对于推导公式的理解。

参考文献:

[1] 张志祥. 中职数学三角函数最值问题及求解研究 [J]. 数学学习与研究: 教研版, 2018(007): 133-134.

[2] 刘子礼. 中职数学三角函数最值教学思路探析 [J]. 课程教育究, 2019(08): 154-155.