

“以学为中心”的大学数学情境探究式教学研究

李应岐 方晓峰 王 静

(火箭军工程大学, 陕西 西安 710025)

摘要: 传统大学数学教学“讲授——接受”模式, 过分强调教师的系统讲授和学生的强化练习, 课堂趣味性差、参与度低, 不利于学生全面理解数学知识发生、发展和运用的过程, 遏制学生创造性行为和个性品质的发展, 难以适应新兴产业对学生的数学素质需求。“以学为中心”的情境探究式教学从学生自主学习的角度来创设学习和探究情境, 激发学生的自主学习激情和持久学习动力, 引导学生创新性重组原有知识, 强化培养学生的数学应用能力和创新思维能力。运用移动互联网和人工智能技术, 落实以学为中心的教学理念, 讨论了“以学为中心”的大学数学情境探究式教学内涵和教学过程设计。

关键词: 以学为中心; 大学数学; 情境式; 探究式

一、大学数学教学改革势在必行

新技术和人工智能技术的飞速发展使得数学的核心作用越来越突出, 数学直接与其他产业相结合形成新型高技术产业, 成为高端技术的主要突破方向, 数学人才变为高新技术发展的紧缺人才。新工科对数学教育和学生的数学学习提出了新的要求, 未来人才必须具有厚实的数学基础, 较强的数学学习能力和创新能力。包括高等数学、概率论、数理统计、线性代数在内的大学数学是工科学校必开的数学课程, 不仅为学生后继课程学习提供必须的数学知识, 同时对培养学生的数学思维、数学学习能力和数学精神有着不可替代的作用。

大学数学知识体系系统完整, 内容高度抽象, 逻辑严密, 学习时间少, 知识内容多, 大学数学教学长久以来多采用单一的“讲授——接受”模式, 教师把数学知识严格按照数学家的研究结果原样原味灌输给学生, 学生机械记忆、反复练习, 通过频繁考试提高应试能力最后通过课程考试。多数学生感到数学的晦涩、抽象和无用, 学习兴趣不高。高等教育普及化使得大学生数学知识水平的差异化更加严重, 一种节奏、一种要求、一种方式的大学数学课堂教学质量愈来愈差。从新技术产业人才的数学素质来看, 相对数学知识厚实和数学思维的严密, 让使学生从知识发明、发现的过程领悟数学研究的精神和方法, 并应以启发和培养这种精神为主更为重要。胡超斌等提出了创设情境、提出问题、探索研究、归纳总结的“情境——问题——探究”式教学, 陈文英在高等数学探究式教学中论述了提出问题、解决问题、建构知识、训练思维教学模式, James Stewart 在教材中创设了大量的问题情境和应用情境, 试图通过情境激发学生的学习兴趣, 提高学生的

学习获得感。这些研究为大学数学教学改革提供新的途径, 提出了情境创设的方法、案例。如何以学为中心, 创设学习和探究情境, 培养学生的数学学习和创新思维能力是大学数学教学改革的重要方向。

大学数学的知识内容都是数学家研究结论形成的数学概念、定理和方法, 充满了数学知识发现的起始点、研究的方法和原则。然而几乎所有数学教材却都省去了数学概念的出现的背景和数学家的发现过程, 只用严密、简洁的语言记述研究得到的结果。即便是通读教材, 认真练习, 很好地理解掌握大学数学知识, 也几乎不知道数学发现的方法, 也不会发现问题和开展数学研究, 不会自主获取数学知识, 更谈不上创新应用。对于学生而言, 较之数学知识的学习和练习, 刷题和考试取得较高的分数, 更重要的是掌握数学发现和研究的方法和法则, 培养他们的数学思维习惯和应用意识。过分强调教师系统严密讲授和学生重复大量练习的传统数学课堂教学不能使学生全面理解数学知识发生、发展和运用的过程, 遏制了学生创造性行为和个性品质的发展。“以学为中心”的大学数学情境探究式教学是解决上述问题的一条有效途径。

二、“以学为中心”的大学数学情境探究式教学的内涵与可行性

(一) “以学为中心”的大学数学情境探究式教学的内涵

“以学为中心”的大学数学情境探究式教学就是以大学数学教材内容体系为基本研究内容, 从学生学习生活环境出发, 向学生提供表达、质疑、探究、讨论问题提供的充分空间、机会和氛围; 通过自主学习和合作讨论明确要解决的问题, 研究问题解决需要的知识关系或对应特殊问题的解答, 建立问题解决的结果假设或由特殊问题的解答猜想一般规律, 验证并检验假设或逻辑论证一般规律; 最后建立知识结构, 探讨知识构造关系和拓展应用。让学生在数学学习活动中经历数学的“创造”与“发现”过程, 体会数学的思想与方法, 培养数学创新应用的思维和能力。

“以学为中心”的大学数学情境探究式教学就是通过创设与学生贴近的情境, 使学生从直观的材料中感知有意义的数学, 进入学生的“最近发展区”; 学生通过对情境表述分析, 发现问题, 并用数学表述问题, 学会用数学表述问题的方法, 竭力培养学生的问题意识; 通过问题本身的分析和猜想, 类比推理解决的具体方法; 通过与同伴的交流、合作, 培养协作学习和研究的能力;

通过对猜想结论的不断验证和修改,培养耐心和经受挫折的能力;在逻辑论证和归纳总结中,引导学生对探索对象研究获得的相对零散的具体的结论进行归纳、抽象,使之上升为理论知识,培养他们的数学研究能力;通过拓展应用,在实践活动中上承已有知识,下启后续内容,培养学生数学创新应用的意识和能力。实施“以学为中心”的大学数学情境探究式教学着力改变学生重结论轻思维的陋习,重考试成绩,轻自主建构过程,竭力培养学生的数学探究、求异创新的能力。

(二) “以学为中心”的大学数学情境探究式教学是可行的

“以学为中心”的情境探究式教学需要把教学活动设计成探究活动,情境创设要求顺理而成,既要有开放性和趣味性,产生的问题落在学生的知识临近适应区。抽象的数学知识都是数学家研究实际问题时发现的,都有相应的背景。从学生熟悉的事物、具体背景和一些学生生活学习的数学体验中创设出具有趣味直观的问题情境,激发出学生的好奇和探究兴趣,产生疑问,以问促思,解疑生知,使学生保持持久的探究求知的欲望和动力。信息技术和丰富的媒体资源可以帮助教师从知识的起源、学生的生活、数学的工程、军事应用以及数学的典故等创设多种问题情境。针对不同的知识创设不同层次和不同媒体形式表述的情境,研究的问题具有开放性和多种解决方案的特点,就能使学生处于数学问题的发现和探究之中。引导学生自主探索,建立各种解决方案,积极进行实验或实践,通过交互合作,最后得出自己的结论。在此基础上,教师启发学生运用演绎推理进行结论的论及证明或结论泛化,形成简洁严密的数学表述。情境探究式教学有计划地使学生处于接近真实的活动情境之中,不断深入的尝试探索,使学生经历数学知识的“创造”与“发现”过程,有效提高学生的数学思维和创新应用能力。

三、“以学为中心”的大学数学情境探究式教学过程设计

情境探究式教学过程主要包括情境创设、探究引导和应用拓展三个阶段。

(一) 情境创设

所谓数学情境就是指数学概念、规律容易产生的现实背景和一种能促使学生主动地、自由地想象、思考、探索、解决或发现规律的气氛。只有创设充满张力的情境,才能使学生处于充满诱惑的现场,才能形成数学问题情境的场效应即教学诸因素之间相互作用所形成的教学氛围。教师、学生、教材和教学手段等诸要素通过数学问题情境有机的结合起来所形成的“场”,可使学生在其中获得全方位的感知,有助于学生获取问题中的关键信息,教师和学生“在场”中可以很好地沟通。

1. 问题情境创设

着眼概念或方法的产生过程精心构思创设情境,注意问题的

新颖性和适度性,设置在学生新旧知识的转换处,让学生体会到数学就在身边。如通过大地测量和航海导航与定位引出三角函数的函数值如何高精度计算,创设泰勒公式的知识建构情境,同时通过对对数函数的泰勒展开式计算引出公式的应用范围、精度与朗格朗日型余项的关系;通过正方形金属片的热胀冷缩和圆形构件的锻造变形引出自变量的微小变动带来的函数增量问题的估计创设微分和全微分的问题情境,引导讨论这一算法的条件和范围得到微分和全微分存在的充分条件和必要条件,进而分析微分和全微分的区别与联系,拓展应用自动制动理论的摄动制导方法;通过静电场中的电荷与场强的关系引发学生对于电通量与电荷量关系的猜想,把特殊情形推广到一般结论,建立散度与通量的关系,得到高斯公式,通过逻辑论证这一结论的正确性等。

2. 探究情境创设

对需要解决的问题从学生的最临近的认知水平和知识基础出发,对一些关键的数学方法和定理设计熟悉的认知形态。如对于重积分和第一类曲线曲面积分,积分的概念的建立和计算都是从一个不均匀的具有一定空间形状的物体的质量计算出发,引导学生对不同形状的物体用已掌握的不同几何形状的微元计算新的几何形状物体的质量,再把得到的方法一般化和数学化,形成新的概念和方法。这一过程不仅让学生理解了微元法的重要作用和使用方法,更明白了这些积分本质共性,为将来学习流形和微分几何打开了一扇窗口。再如由平面区域的面积计算对比曲线积分得到格林公式,散度的定义和微元分析得到向量的散度的区域积分和向量区域表面通量的数值关系即高斯公式,由旋度的定义和微元分析得到曲面上旋度的通量和其边界上的环流量关系即斯托克斯公式。以弹跳的小球能不能停下来,蠕虫能不能爬过不断伸长的橡皮绳和阿迪力斯能不能追上乌龟要的问题解决研究正项级数的收敛性等。

3. 应用情境创设

创设工程应用情境需要设计临近学生生活和学习环境的较为简单的有趣的问题。如从“登山者的登山路线设计问题和体育馆的雨水流线及收集水槽的设计问题”引出方向导数和梯度;“考虑到不同表面的材料费用、加工费用不同时,容器的形状设计问题”引出多元函数微分学;如何放射性元素的放射性衰变判定文物年代和真伪引出微分方程等等。通过这些应用研究使学生觉得学得数学知识有用、可用、能用,但要更好地解决问题还需要改进。

(二) 探究引导

建构主义认为知识不是客观世界和解决问题通用法则的概括和抽象,而是根据具体问题在相应环境中的“再加工”和“再创造”,是个体基于自身背景和经验在学习过程中建立起来的理解,

会因人而异。引导学生对于问题进行具体分析,以原有的知识经验为基础,突破常规,寻找新的方法,调整和改造原有知识或经验,诱发学生提出新见解,形成具有方向性、选择性、创造性的行为习惯,培养学生自主学习的学习的责任感和研究精神。

探究引导中,教师以学生的身份参与学生的各种探究活动,引导学生使用猜想、类比、合情推理和不完全归纳法等方法。在学生出现停滞时,不要急于给出确定性的指导意见,要留出足够时间让学生思考尝试;在学生长时间没有进展时,带领学生对问题进行多角度分析,联系熟悉事物,向学生提出相关没有明显的暗示性的特殊问题;当生在探究活动中出现的方向性问题时,即使是明显的错误,不要轻易下结论,不急于表态,应让学生自己发现困难或错误在哪里,然后再适应指导。让学生在探究中经历获得数学知识,总结数学规律和数学方法,体验研究过程的曲折和获得成功的喜悦,让学生认识自己的力量,促使学生形成良好的个性思维品质和数学研究习惯,为日后的学习和研究增强信心。

(三)应用拓展

应用拓展包括实践拓展和知识拓展。实践拓展是以实践问题的解决培养和拓展学员的创新意识和应用能力,通过设计临近学生生活和环境的有趣的实践问题,使学生能够应用所学知识对这些问题进行表述和研究。知识拓展是以大学数学原有知识的学习与应用为起点,把概念或方法进行推广或延伸,在指出现有知识在解决问题存在缺陷,引导学生多方位思考改进和拓展,培养他们的前瞻性视野和继续学习新知识的动力。

1. 实践拓展:基于情境的研究性实践

围绕“激发兴趣,建立信心,培育思维,探究应用”,把数学知识和方法的学习延伸,突出“趣味性、实用性,研究性”的原则,按照“如何表述、如何思考、如何改进”的思路,创设情境、引导探索、经验泛化,培养数学建模、数值计算和研究分析等创新应用意识的培养。简化军事训练、工程、生活等中的问题的复杂度,设计数学实践的研究性课题,搭建实践平台,提供实践软件包和专用函数,降低数学的门槛,使学生能够只进行简单少量的编程就可以研究具有一定背景的实践性课题,由浅入深、循序渐进培养学生从数学的角度理解、解决军事、工程和科技问题的意识和能力。例如迫击炮射击移动装甲的射角控制和射击训练禁区的划定,篮球运动中最佳射手的起跳角度和篮球出手速度的训练,引入了问题的数学表述、模型的参数分析及数值计算收敛速度和稳定性;用函数合成不同乐器的音色,并用 MATLAB 的 sound 函数演奏乐曲,傅里叶级数的部分和函数引出了函数的另一种表示方式(频域),利用二战中荷兰三流画家米格林的叛国罪审判中名画的真伪鉴定问题引出微分方程的多种应用等。

2. 知识拓展

对重要概念和定理的学习进行延伸,引领学生一窥某些数学的分支,为学生未来的学习开窗引光,培养学生的前瞻性思维。在函数值近似计算中,我们通过运用函数 $\ln \frac{1+x}{1-x} = \ln(1+x) - \ln(1-x)$ 来计算对数函数的不同值,引入了数值计算收敛速度和稳定性;从傅里叶级数的离散频率到连续频率,引出了积分变换;从拉格朗日因子的作用和意义引出对偶;从弧长的可计算到处处连续但处处不可导的曲线的弧长不可求引出分形;从洛伦兹方程的求解引出混沌的概念等。

四、结语

对于情境中的数学问题通过突破常规思维,寻找新方法,重组已有知识,形成新知识的探究式过程,对于知识和经历相对有限的学生而言是创造性的飞跃,具有与人类发现新知识相同的价值,是培养学生适应未来社会需要的必经之道。智慧教室、移动互联和大数据与教育教学愈加紧密,学生的个性成长需求,以学生为中心,实施大学数学的情境探究式教学已是大势所趋。创设丰富多样趣味开放的教学情境,吸引学生全面地参与课堂教学活动,激发学生的学习动力和探究志趣,利用微课、MOOC 展示情境,进行线上线下混合教学,延展课堂教学的空间,促进大学数学“金课”的建成。

参考文献:

- [1] 米三馆藏著,毛正中,吴素华译.数学的精神、思想和方法[M].上海:华东师范大学出版社,2019,10.
- [2] 胡超斌,方承胜,翁晓龙.运用情境——问题——探究模式的高等数学教学[J].空军雷达学院学报,2010,10:388-390.
- [3] 陈文英.论高等数学探究式教学中的问题情境创设[J].高等理科教育,2009,4(86):43-45.
- [4] 李应岐,王静,方晓峰.以问题为中心的高等数学情境式教学案例[J].高师理科学刊,2017,9:82-85
- [5] James Stewart. Calculus: Concepts and Contexts (Fourth Edition) [M]. 2010, 2005 Brooks/Cole, Cengage Learning.
- [6] 屈韬.创设数学问题情境提高学生的探究能力[D].华中师范大学硕士论文,2006.

基金项目资助:“以学为中心”的大学数学课程教学改革与实践(陕西省高等教育教学改革重点攻关项目,编号19BG038)。