

# 穿越沙漠问题与规划

黄迎迎

(河南经贸职业学院, 河南 郑州 450000)

**摘要:** 本文研究穿越沙漠问题, 为了保证玩家存活且剩余资金更多的情况下, 通过对题目所给的地图、天气等数据进行分析, 并制定相应的目标体系及约束条件, 建立了最短路径的多目标规划模型, 利用 Matlab 和 Excel 求解, 制定出玩家在一般情况下的最优方案。

通过 Matlab 计算各点之间最短路径之后, 以存活且剩余资金尽可能多为目标, 以每日物资储备大于零、时限内到达终点为约束, 建立多目标规划模型, 利用图论法求解。之后对该模型进行优化, 最终优化模型得到最优解资金为 10415 (元)。

**关键词:** 穿越沙漠; 最短路径; 规划求解

## 一、问题重述

有这样一个游戏: 玩家凭借一张地图, 利用初始资金购买一定数量的水和食物 (包括食品和其他日常用品), 从起点出发, 在沙漠中行走。途中会遇到不同的天气, 也可在矿山、村庄补充资金或资源, 目标是在规定时间内到达终点, 并保留尽可能多的资金。并设置了游戏的基本规则。

请根据游戏的设定, 建立数学模型, 解决下列问题。

假设只有一名玩家, 在整个游戏时段内每天天气状况事先全部已知, 试给出一般情况下玩家的最优策略。

## 二、问题的分析

在游戏里穿越沙漠的过程中, 玩家要做到的便是在规定时间内到达终点, 并且尽可能地满足自身的最终资金最多。在穿越沙漠的过程中, 不同的天气会对玩家造成不同的影响, 同时每天玩家都会消耗一定数量的水和食物, 当水和食物被消耗完毕便相当于游戏结束, 村庄可以补充物资, 矿场可以通过采矿增加自身资金。因此合理规划自己的路径, 以保证游戏通关情况下的最优解是最重要的。

对问题中的两个关卡进行分析, 首先求出几个关键点之间的最短路径, 之后罗列最终资金, 在考虑完题目所给的所有约束条件的情况下, 制定指标, 罗列不同的可能, 最终求解出最终资金最多的方案

## 三、模型假设

假设 1: 游戏规则不会发生改变且游戏不会出现 BUG;

假设 2: 时间允许情况下, 可以在矿山无限制地挖矿; 村庄物资的购买没有上限。

## 四、符号说明

符号	符号说明
$m_1$	在起点购买的水的箱数
$m_2$	在起点购买的食物箱数

$M_1$	在村庄购买的水的总箱数
$M_2$	在村庄购买的食物总箱数
$Z$	最终的资金
$M_{ij}$	表示在 $i$ 天气行动 $j$ 的物资的消耗 (kg)
$i$	1= 晴朗; 2= 高温; 3= 沙暴
$j$	1= 原地休息; 2= 移动; 3= 挖矿

## 五、模型的建立与求解

### (一) 关卡求解

建立模型:

要求在通关第一关一般情况下的最优方案, 只需要让玩家在时限内到达终点的同时, 保证剩余资金量尽可能多, 计算各重要区域之间的距离。

首先, 假设在起点购买的水和食物的箱数以及在村庄购买的箱数分别为  $m_1, m_2, M_1, M_2$ , 在矿山挖矿的天数为  $D$  天, 由于在抵达终点时可退回剩余的水和食物, 且每箱退回价格为基准价格的一半。因此为了保证抵达终点使资金尽可能多, 便不考虑回退, 即抵达终点时水和食物恰好消耗完。

建立穿越沙漠模型如下:

$$\max Z = 10000 - (5m_1 + 10m_2 + 2 \cdot 5M_1 + 2 \cdot 10M_2) + 1000D$$

通过公式可以得出结论: 应当尽可能在多处挖矿的情况且减少物资的消耗; 即“多挖矿”原则和“减物资”原则。

利用 Matlab 求解得到如下表 1 所示的各个重要区域之间的最短路径。

表 1 22 点到每个点的最短路径

出发点	到达点	最短路径	最短移动次数
1 (起点)	27 (终点)	1-25-26-27	3
1 (起点)	12 (矿山)	1-25-24-23-21-9-10-11-12	8
1 (起点)	15 (村庄)	1-25-24-23-21-9-15	6
12 (村庄)	15 (矿山)	12-13-15	2
12 (村庄)	27 (终点)	15-9-21-27	3
15 (矿山)	27 (终点)	12-11-10-9-21-27	5

在不挖矿的情况下:

直接走从起点到终点的最短路径可以保证物资利用的最少。其中从起点到终点最短路径为:

$$1-25-26-27$$

$$\text{此时剩余资金为 } Z_1 = 10000 - (200 + 200 + 190) = 9410 \text{ (元)}$$

在挖矿的情况下:

由于每日挖矿提供资金 1000 元，因此在绕远路挖矿可能会获得更多的资金，由表 1 可查询得从起点到矿山最短路径为：1-25-24-23-21-9-10-11-12。

考虑到不同物资的性价比不同，总结题目所给的数据列出下表 2：

表 2 各种资源数据以及性价比

资源	每箱质量(千克)	基准价格(元/箱)	性价比(元/kg)
起点水	3	5	1.67
起点食物	2	10	5
村庄水	3	10	3.33
村庄食物	2	20	10

优化得到最终方案：在起点购买 181 箱水，328 箱食物，第一次抵达村庄（第 8 天）购买 163 箱水，第二次抵达村庄（第 8 天）购买 156 箱水和 142 箱食物，带入计算得最终  $Z_2=9785$ 。

(2) 模型的优化：

上述模型只考虑了 30 天全部排满，且尽量在矿上多工作的情况，实际上在每天不同行动的成本（工作一天所需的物资总价钱，按照基础价格计算）如表 3 所示：

表 3 每天不同行动的成本（基础价格）

钱(¥)	晴朗	高温	沙暴
原地休息	95	100	150
移动	190	200	
挖矿	285	300	450

在合理的基础上优化后的模型如下：

表 4 关卡一最优解的概念图

	行程	所消耗物资总量(kg)	所消耗水重量(kg)	所消耗食物重量(kg)
第 1~8 天	从起点到村庄	490	294	196
第 9~10 天	补齐物资从村庄前往矿山	144	96	48
第 11~17 天	在矿山挖矿	819	513	306
第 18 天	在矿山休息	50	30	20
第 19~20 天	从矿山前往村庄	144	96	48
第 21~23 天	补齐物资从村庄前往终点	188	108	80

在考虑水的箱数不能为 0 后，求出整个模型共挖了 7 天矿，在起点购买了 181 箱水和 328 箱食物，在村庄购买了 196 箱水和 11 箱食物。

带入式子  $Z=10000-(5m_1+10m_2+2*5M_1+2*10M_2)+1000D$

解得： $Z_3=10415$

$Z_3 > Z_2 > Z_1$ ，因此，最终优化的模型更加符合题意

### 六、模型的评价与推广

(一) 模型评价：

#### 1. 优点

(1) 在设立模型的约束条件时，不仅从题干所给的条件进行约束，也从目标优化的方面进行考虑。

(2) 利用模型规划，并给出一定条件下的方案改进办法。

(3) 变量方面只考虑物资的重量，使在不影响结果的条件下令模型的求解过程简单化。

(4) 在模型建立中，以尽可能从客观的角度进行游戏，从而保证游戏的客观性和公平性。

#### 2. 缺点

(1) 人物数量有着不可避免地相关性，未能充分地考虑到人物之间的交互作用。

(2) 考虑到所有的情况过于复杂，需要获取和计算的数据量过于巨大，给模型的求解和算法的完善带来的相当大的困难。

(二) 模型的改进

如果有更多先进的算法，例如多目标线性规划与更巧妙的解决算法相结合。

(三) 模型的推广

不同关卡之间环环相扣，层层递进；有地图的荒野求生模型；规划求解的最短路径问题；出租车控制油量的情况下，载客问题。

### 参考文献：

[1] 姜启源, 谢金星等. 数学建模(第四版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.  
 [2] 肖华勇. 实用数学建模与软件应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2010.  
 [3] 杨桂元, 李天胜等. 数学建模应用实例[M]. 安徽: 合肥工业大学出版社, 2007.