

# 城市轨道交通反向曲线计算理论研究

吴坤 彭美华 张瑞

林同棣国际工程咨询(中国)有限公司 重庆 400000

**【摘要】**城市轨道交通线路设计常用反向曲线,但计算复杂,实际过程中很难精确计算、应用和绘制。本文从理论出发,分析城市轨道交通反向曲线设计过程中各参数的取求取方式,找到反向曲线设计关键参数为反向曲线夹直线与前后连接线路的角度,并通过计算求出这一关键参数,为计算机程序计算提精确供理论算法,为绘图提供精确理论依据。

**【关键词】**轨道交通;反向曲线;理论计算;精确算法

## 1 背景

反向曲线由两组平曲线构成,常用于城市轨道交通线路的喇叭口、缩短渡线和车辆场/段中的线路连接。

在实际工程中,反向曲线的设计,一般是给定前后两组平曲线的半径和缓长以及夹直线长度,并给定第一组平曲线的起点,向后绘制反向曲线。

然而,反向曲线计算复杂,前后两组曲线相互影响和制约,目前未找到纯几何画法。且因城市轨道交通缓和曲线采用三次抛物线,理论计算目前也没有精确算法。目前实际工程中,多以手工调整为主,无法严格控制曲线起点和夹直线长度。本文旨在寻求一种理论解法,通过计算得出反向曲线的精确算法,便于人工计算和计算机程序实现。

## 2 三次抛物线缓和曲线方程及参数

三次抛物线缓和曲线方程:

……式(1)

其中C为三次抛物线参数,其值与缓和曲线长度 $l_s$ 和圆曲线半径R有关,计算复杂。后续研究不利用C值,此处不讨论C值解法。

后续计算主要用到三次抛物线型缓和曲线构成平曲线的几个重要参数,分别为:

圆曲线半径: R

缓和曲线长度:  $l_s$

曲线偏角:  $\alpha$

圆曲线内移值: p

切线增长值: q

切线长: T

其中, R、 $l_s$ 、 $\alpha$  为设计师人为确定的参数,而 p、q、T 为根据 R、 $l_s$ 、 $\alpha$  求得的参数。根据三次抛物线方程家里幂级数展开式,求得 p、q、T 与 R、 $l_s$ 、 $\alpha$  的关系如下:

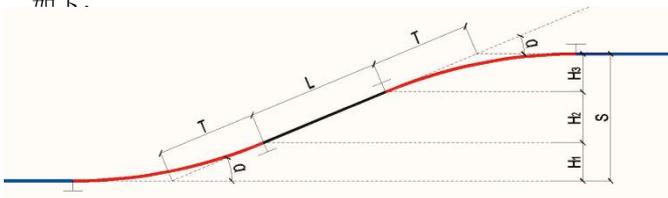


图1 平行线间反向曲线计算示意图

设两平行线间距为S,两组平曲线参数如下表:

表1 平行线间反向曲线参数表

参数	第一组曲线	第二组曲线	获取方式
圆曲线半径 R	$R_1$	$R_2$	设计师给定
缓和曲线长 $l_s$	$l_{s1}$	$l_{s2}$	设计师给定
曲线偏角 $\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	未知
圆曲线内移值 p	$p_1$	$p_2$	通过 R、 $l_s$ 、 $\alpha$ 求得
切线增长值 q	$q_1$	$q_2$	通过 R、 $l_s$ 、 $\alpha$ 求得
切线长 T	$T_1$	$T_2$	通过 R、 $l_s$ 、 $\alpha$ 、p、q 求得

除两组曲线参数外,还有两个重要参数需设计师给定,即夹直线长L和反向曲线设计起点。当以上参数确定后,曲线偏角成为唯一未知数。然而曲线偏角并不能通过纯几何方法求得,需进行计算。

设二维坐标系原点与反向曲线起点重合,X轴与线路平行。则两组平曲线Y方向增量与平直线Y方向增量之和与线间距相等,且两组平曲线偏角相等。即:

……式(5)

……式(6) (简记为  $\alpha$ )

结合式(4),可得:

……式(7)

合并同类项,可得:

……式(8)

其中, A、B 均为常量。

……式(9)

……式(10)

利用半角公式,易求得:

……式(11)

根据实际工程经验,及反向曲线特性, $\alpha$  取值为  $0 \sim \pi/2$ 。求得  $\alpha$  后,可以按照常规线路设计绘制反向曲线。

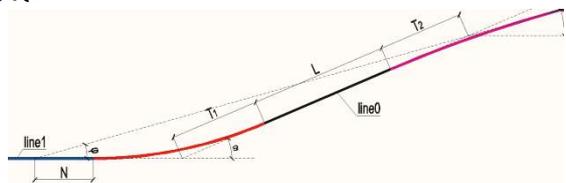


图2 不平行线间反向曲线计算示意图

为方便描述,计反向曲线起点端直线为 line1, 曲

线终点端直线为 line2, 反向曲线间短直线为 line0。设 line1 与 line2 夹角为  $\phi$ , line0 与 line1 偏角为  $\alpha_1$ , line2 与 line0 偏角为  $\alpha_2$ , 则有:

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \phi \dots\dots \text{式 (12)}$$

设 line1 与 line2 的交点至反向曲线起点距离为 N, 反向曲线间短直线 line0 长度为 L, 则反向曲线各参数及获取方式如下表:

表 2 不平行线间反向曲线参数表

参数	第一组 曲线	第二组 曲线	获取方式
圆曲线半径 R	R1	R2	设计师给定
缓和曲线长 ls	ls1	ls2	设计师给定
曲线偏角 $\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	未知
圆曲线内移值 p	p1	p2	通过 R、ls、 $\alpha$ 求得
切线增长值 q	q1	q2	通过 R、ls、 $\alpha$ 求得
切线长 T	T1	T2	通过 R、ls、 $\alpha$ 、p、q 求得
line1 与 line2 夹角	$\phi$		已知条件
line1 与 line2 交点至反向曲线 起点距离	N		设计师给定
line0 长度	L		设计师给定

根据几何关系得如下方程:  
.....式 (13)

将式(12)代入此方程, 该方程中仅有  $\alpha_1$  为未知数, 方程可解。现实工程中, 若反向曲线前、后两直线不要严格平行, 建议利用积木法设计曲线。

### 3结论与实际应用

线路反向曲线连接计算理论精确、实用, 虽然计算复杂, 但是通过编写程序计算可弥补这一缺陷。

将两平行线间反向曲线计算理论应用于缩短渡线设计中, 编写计算机程序, 实现自动计算、绘制缩短渡线, 为实际工程设计提供了强有力的帮助。



图 4 缩短渡线绘制成果

### 【参考文献】

[1] 铁道第四勘察设计院. 铁路工程设计技术手册 站场及枢纽 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 2009.  
 [2] 欧阳全裕. 地铁轻轨线路设计 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.  
 [3] 曾洪飞, 卢择临, 张帆. AutoCAD VBA & VB.NET 开发基础与实例教程 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2013  
 ZengHongFei LuZeLin ZhangFan. AutoCAD VBA&VB.NET[M]. Beijing:China China Electric Power Press.2013.  
 [4] 熊军. 道路路线反向曲线相接问题分析. 冶金丛刊. 2019  
 [5] 张立宇. 地铁停车场道岔反向小半径曲线最短夹直线长度优化研究. 上海建设科技. 2019  
 [6] 孙立功. 厂内专用铁路反向曲线连接的计算方法. 浙江冶金 2004 年 第 1 期  
 [7] 张敏义. 计算反向曲线的迭代法. 《铁道建筑》 1988 年 10 期  
 [8] 徐蕙. 吴文波. 胡竞生. 有缓和曲线反向曲线径向衔接的计算方法. 辽宁省交通高等专科学校学报. 1999. 12

【作者简介】吴坤 (1984-), 男, 硕士研究生, 高级工程师, 主要从事轨道交通场段、线路、BIM 设计研究等方面的工作。



图 3 绘制缩短渡线应用程序