

基于 p 范数约束的多通道盲辨识算法设计

郑志尧

西南科技大学信息工程学院 四川成都 621000

摘要: 多通道盲辨识是对未知信道脉冲响应估计一种有效法,它在多媒体信号处理、地球物理勘探、通信等领域均有极大作用。归一化多通道频域最小均方法 (NMCFLMS) 实现了在无噪声环境下对单输入多输出系统的盲辨识。该算法对噪声鲁棒性存在一定问题。提高鲁棒性途径是在信道脉冲响应的频谱平整度上加限制,产生鲁棒归一化多通道频域最小均方法。本文设计了一种基于范数约束鲁棒归一化多通道频域最小均方法。在 NMCFLMS 算法中引入范数约束,改变范数值,考察不同稀疏度下自适应滤波器性能及效性。

关键词: 多通道盲辨识; 范数约束; 算法设计

Design of multi-channel blind identification algorithm based on p-norm constraint

Zhiyao Zheng

School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Chengdu, Sichuan province 621000

Abstract: Multi-channel blind identification is an effective method for pulse response estimation of unknown channels, which has great role in multimedia signal processing, geophysical exploration, communication and other fields. The normalized multi-channel frequency domain minimum averaging method (NMCFLMS) enables the blind identification of a single-input and multi-output system in a noiseless environment. The proposed algorithm has some problems with the noise robustness. Improving the robustness approach is to limit the spectral flatness of the channel pulse response to produce a robust normalized multi-channel frequency domain minimum average method. In this paper, we design a robust normalized multi-channel frequency domain minimum averaging method based on the p-norm constraint. The p-norm constraint is introduced in the NMCFLMS algorithm, and the p-norm value is changed to investigate the performance and validity of the adaptive filter under different sparsity degrees.

Key words: multi-channel blind identification; p norm constraint; algorithm design

一、多通道系统的自适应盲辨识原理及相关方法

(一) 符号定义

x : 时域中的向量 (粗体, 小写);

X : 时域中的矩阵 (粗体, 大写);

\underline{x} : 频域中的向量 (粗斜体、小写、带下划线);

χ : 频域中的矩阵 (书法, 大写)。

(二) 多通道时域自适应盲辨识原理

系统识别的信道脉冲响应可以仅使用信道输出的二阶统计量来盲目确定,因为信道脉冲响应向量位于信道输出矩阵的互相关的零空间中,等式:

$$R_h = 0 \tag{2-1}$$

$$\text{其中: } R = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \bar{R}_{x_1 x_1} & -R_{x_2 x_1} & \cdots & -R_{x_M x_1} \\ -R_{x_1 x_2} & \sum_{i=1}^M \bar{R}_{x_1 x_i} & \cdots & -R_{x_M x_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{x_1 x_M} & -R_{x_2 x_M} & \cdots & \sum_{i=1}^M \bar{R}_{x_i x_i} \end{bmatrix}$$

$$R_{x_i x_j} = E\{x_i(n)x_j^T(n)\}, i, j = 1, 2, \dots, M \tag{2-2}$$

$$h = [h_1^T \ h_2^T \ \cdots \ h_M^T]^T$$

$$\bar{R}(n) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \bar{R}_{x_1 x_1}(n) & -\bar{R}_{x_2 x_1}(n) & \cdots & -\bar{R}_{x_M x_1}(n) \\ -\bar{R}_{x_1 x_2}(n) & \sum_{i=1}^M \bar{R}_{x_1 x_i}(n) & \cdots & -\bar{R}_{x_M x_2}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\bar{R}_{x_1 x_M}(n) & -\bar{R}_{x_2 x_M}(n) & \cdots & \sum_{i=1}^M \bar{R}_{x_i x_i}(n) \end{bmatrix} \tag{2-3}$$

$$R_{x_i x_j}(n) = x_i(n)x_j^T(n), i, j = 1, 2, \dots, M$$

自适应多通道 LMS (MCLMS) 和多通道牛顿 (MCN) 算法通过基于通道输出之间的交叉关系最小化误差标准来接近所需的解决方案。通过遵循以下事实

$$x_i * h_j = s * h_i * h_j = x_j * h_i, i, j = 1, 2, \dots, M, i \neq j$$

$$(2-4)$$

在没有噪声的情况下,我们有以下时间关系 n :

$$\mathbf{x}_i^T(n)\mathbf{h}_j = \mathbf{x}_j^T(n)\mathbf{h}_i, i, j = 1, 2, \dots, M, i \neq j \quad (2-5)$$

$$e_{ij}(n) = \begin{cases} \mathbf{x}_i^T(n)\mathbf{h}_j - \mathbf{x}_j^T(n)\mathbf{h}_i \\ 0 \end{cases}$$

$$i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, M \quad i = j, i, j = 1, 2, \dots, M. \quad (2-6)$$

为了避免对所有零元素的平凡估计,对施加单位范数约束,归一化误差信号变为:

$$\epsilon_{ij}(n) = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}_i^T(n)\mathbf{h}_j - \mathbf{x}_j^T(n)\mathbf{h}_i}{\|\mathbf{h}\|} - \frac{\mathbf{x}_j^T(n)\mathbf{h}_i}{\|\mathbf{h}\|}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases} = \frac{e_{ij}(n)}{\|\mathbf{h}\|}$$

$$i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, M \quad i = j, i, j = 1, 2, \dots, M \quad (2-7)$$

代价函数被指定为:

$$J(n) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=i+1}^M \epsilon_{ij}^2(n) \quad (2-8)$$

由下式给出, 受限于

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}} E\{J(n)\}, \text{ 受限于 } \|\hat{\mathbf{h}}\| = 1 \quad (2-9)$$

MCLMS 算法的信道估计自适应更新为

$$\hat{\mathbf{h}}(n+1) = \frac{\hat{\mathbf{h}}(n) - 2\mu[\mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{h}}(n) - J(n)\hat{\mathbf{h}}(n)]}{\|\hat{\mathbf{h}}(n) - 2\mu[\mathbf{R}(n)\hat{\mathbf{h}}(n) - J(n)\hat{\mathbf{h}}(n)]\|} \quad (2-10)$$

其中是一个小的正步长。其中表明, MCLMS 能够以均值收敛到所需的解, 结果显示, MCLMS 可以在平均条件下收敛至所需要的解, 也就是与最小本征值相对应的特征向量。同时, 利用牛顿方法, 在时间领域内也能加快收敛速度。

(三) 归一化多通道频域最小均方自适应盲辨识方法

相对于多信道时域块 LMS 算法, MCFLMS 采用 FFT 方法, 在频域内对块的卷积和块相关进行了求解。对于每个处理过的帧, 采用的 FFT 方法可以使信道输出与自适应滤波因子间的准确线性化, 并且具有较高的相关性。输出与错误的讯号。我们将评估的 Hessian 矩阵相对于滤波器系数, 通过取 (2-11) 的行梯度计算如下

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_F(m)}{\partial \hat{h}_k^*(m)} &= \sum_{i=1}^M S_{x_i}^H(m) e_{ik}(m) = S^H(m) \mathbf{e}_k(m) \\ T_k(m) &= \frac{\partial}{\partial \hat{h}_k^*(m)} \left[\frac{\partial J_F}{\partial \hat{h}_k^*(m)} \right] = \frac{\partial}{\partial \hat{h}_k^*(m)} [S^H(m) \mathbf{e}_k(m)] \\ &= S^H(m) \frac{\partial \mathbf{e}_k(m)}{\partial \hat{h}_k(m)} \end{aligned} \quad (2-11)$$

$$\sum_{i=1, i \neq k}^M S_{x_i}^H(m) S_{x_i}(m) \quad (2-12)$$

通过 NMCFLMS 算法中对 MCFLMS 校正的归一化, 可以有效地解决因信号水平改变而引起的收敛性的不稳定。在实际应用中, 为估算更稳定的功率频谱, 使用递推算法:

$$P_k(m) = \lambda P_k(m-1) + (1-\lambda)$$

$$\times \sum_{i=1, i \neq k}^M D_{x_i}^*(m) D_{x_i}(m), k = 1, 2, \dots, M \quad (2-13)$$

其中是一个遗忘系数, 对于此 NMCFLMS 算法可以适当地为。尽管 NMCFLMS 算法可以避免噪声的放大, 但我们也面对同样的问题, 那就是信道的输出可

能会变得很小。所以, 另外一种方式就是将一个小的正数插入到归一化中, 这就产生了对无约束 NMCFLMS 算法如下的修改:

$$\hat{h}_k^{i0}(m+1) = h_k^{i0}(m) - \rho [P_k(m) + \delta I_{2L \times 2L}]^{-1}$$

$$\times \sum_{i=1}^M D_{x_i}^*(m) \mathbf{e}_{-ik}^{01}(m), k = 1, 2, \dots, M \quad (2-14)$$

从计算上来说, 因为归一化矩阵是对角线, 而且易于求出其逆矩阵, 所以即使在实时性的情况下, 无约束的 NMCFLMS 算法也能轻松地完成。

二、基于 p 范数约束的多通道盲辨识算法

(一) 算法推导

范数通常被视为衡量稀疏度的准确指标。但是, 最小的对应成本函数是不确定的。为了减少不确定性问题, 我们经常采用范数, 这会产生类似于范数的结果。但是, 由于不同的应用, 房间脉冲响应的稀疏程度会显著地改变, 因此, 在实际的声信道中, 范数约束并不一定是最佳的。受桥回归理论^[28]的启发, 它将一种范数约束 ($1 \leq p < 2$) 引入到最小二乘准则中, 以达到套索 ($p = 1$) 和岭回归 ($p = 2$), 我们尝试在这项工作中采用声脉冲响应的范数约束, 并研究不同范数约束对具有不同混响水平的声学通道的自适应滤波器的影响。

为了与时域脉冲响应估算的范数的结合, 这里重新定义了代价函数:

$$J(m) = J_F(m) + \eta(m) J_{TP}(m) \quad (3-1)$$

$$\text{s.t. } \|\hat{\mathbf{h}}(m)\|_{\ell_2}^2 = 1 \quad (3-2)$$

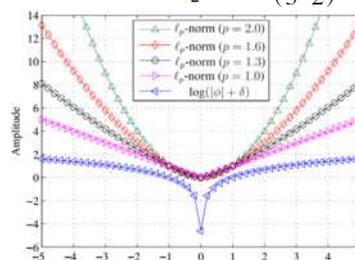


图 1 范数 ($1 \leq p < 2$) 约束函数和对数约束函数 ($\delta = 0.01$) 的振幅比较
 是拉格朗日乘数,

$$J_{TP}(m) = \|\hat{\mathbf{h}}(m)\|_{\ell_p}^p \quad (3-3)$$

$$\hat{\mathbf{h}}(m) = [\hat{h}_1^T(m) \hat{h}_2^T(m) \dots \hat{h}_M^T(m)]^T, \quad (3-4)$$

表示范数, 这是一个约束约束, 表示。等式 (3-2) 为时域脉冲响应向量的单位长度约束, 从而避免了时域脉冲响应的全部零元素的平凡解。为了简化, 该单元长度限制被应用于每个迭代之后的通道的脉冲响应。图 1 显示了不同范数数值的标准变量和范数之间差别。我们也画出了范数和对数函数, 以便进行对比。在 (3-1) 中所定义的成本函数是由频域最小二乘法和时间域稀疏约束相结合而成的, 因此难以用下面的方法来求出一种

高效的频率域自适应算法——牛顿法。根据梯度递减方法，可以考虑一个自适应的算法；但是这种方法会导致自适应滤波算法的收敛，尤其是对于具有较长滤波器长的声学应用。为避免此问题，本文提出一种利用声脉冲响应振幅频谱密度为限制条件的新方法，即

$$\tilde{J}(m) = J_F(m) - \eta(m)J_{FP}(m) \quad (3-5)$$

$$s.t. \quad \|\hat{h}(m)\|_{\ell_2}^2 = 1 \quad (3-6)$$

其中

$$J_{FP}(m) = \|\underline{h}^{10}(m)\|_{\ell_p}^p \quad (3-7)$$

$$\underline{h}^{10}(m) = \left[(\hat{h}_1^{10}(m))^T (\hat{h}_2^{10}(m))^T \cdots (\hat{h}_M^{10}(m))^T \right]^T, \quad (3-8)$$

$$\hat{h}_k^{10}(m) = [\hat{h}_{k,0}^{10}(m) \quad \hat{h}_{k,1}^{10}(m) \quad \cdots \quad \hat{h}_{k,2L-1}^{10}(m)]^T \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (3-9)$$

在这里，我们对而不是施加约束。这是由于模型滤波器在 $2L$ 的长度中填充了一个尾部为 0 的尾迹，这样就可以得到一个比例的频谱，从而减少栅栏效应的影响，并增加了更多频谱分量。将 (3-1) 于 (3-5) 的对比可知，时域的稀疏约束的最小化现变成了最大的频域均衡化约束，结果是 (3-5) 中第二项出现了负号。注意 1：应注意，直接最小化 (3-5) 会造成负无穷大，因为右边 (3-5) 是负的。为避免此问题，我们对代价函数进行有效地优化，本文采用下列约束：1) 麦克风通道数目是有限的；2) 在实际声环境中，通道脉冲响应系数的平方和是有限制的；3) 参数 p 有界为 $1 < p < 2$ ；4) 是一个有限值，其自适应地进行了更新，因此，在每个迭代中，频率域自适应滤波系数矢量的增量不明显。在此情况下，利用自适应滤波算法，可以在有限的求解空间内，找到最优解。注意 2：在 (3-5) 右边避免用负字的另一种选择是引入范数作为声信道的脉冲响应的频谱约束，即

$$\tilde{J}(m) = J_F(m) + \eta(m)J_{FQ}(m) \quad (3-10)$$

$$\text{其中：} J_{FQ}(m) = \|\underline{h}^{10}(m)\|_{\ell_q}^q, \quad (3-11)$$

表示范数，其定义与的值确定如下： $\frac{1}{q} + \frac{1}{p} = 1$ (3-12)

$$\text{所以：} q = \frac{p}{p-1} \quad (3-13)$$

由 (3-13) 可知，若 p 的数值为 q 。我们的实验研究表明在较低的信噪比情况下，自适应滤波器能够有效地改善其性能，但是在较高的信噪比情况下，自适应滤波器的发散问题。为了导出自适应滤波算法，我们首先用下面的等效方程式来表达 $e_{ij}(m)$ ：

$$e_{ij}(m) = G[D_i(m)\hat{h}_j^{10}(m) - D_j(m)\hat{h}_i^{10}(m)] \quad (3-14)$$

与之前使用代价函数相对于 $\hat{h}_k^*(m)$ 的梯度的 $(\hat{h}_k^{10}(m))^*$ 型算法不同，我们计算代价函数相对于 $\hat{h}_k^{10}(m)$ 推导出自适应滤波算法。因为这种方法可以导出多信道的频率域自适应滤波器，从而使其求解过程中的运算量大为减少。

3.2 不同范数约束对多通道频域自适应盲辨识滤波器性能的影响

我们仅考虑了二维条件下的范数最优约束。当频率域自适应滤波器系数矢量幅值谱的范数与范数限制时，它能很容易地找到一种具有相同或相近的频率域自适应滤波器系数矢量的所有要素，尤其是在完全一致的振幅谱，也就是消声信道。

为了分析 ℓ_p 范数 ($1 < p < 2$) 约束对频域自适应滤波器的影响，我们首先引入一个命题。为方便起见，我们定义一个向量：

$$\begin{aligned} \gamma(m) &= [\gamma_1(m)\gamma_2(m)\cdots\gamma_{2ML}(m)]^T \\ &= [|\hat{h}_{1,0}^{10}(m)| |\hat{h}_{1,1}^{10}(m)| \cdots |\hat{h}_{1,2L-1}^{10}(m)| \\ &\quad |\hat{h}_{2,0}^{10}(m)| |\hat{h}_{2,1}^{10}(m)| \cdots |\hat{h}_{2,2L-1}^{10}(m)| \cdots |\hat{h}_{M,1}^{10}(m)| \cdots |\hat{h}_{M,2L-1}^{10}(m)|]^T \end{aligned} \quad (3-15)$$

其中 $\gamma_i(m) \geq 0, i = 1, 2, \dots, 2ML$ 。则命题如下：假设 M 个声道的脉冲响应向量为单位长度，则它们的幅度谱系数的平方长度可以相加为一个常数，即

$$\gamma_1^2(m) + \gamma_2^2(m) + \cdots + \gamma_{2ML}^2(m) = C \quad (3-16)$$

其中是一个常数。接着，

$$J_{FP}(m) = \gamma_1^p(m) + \gamma_2^p(m) + \cdots + \gamma_{2ML}^p(m) \quad (3-17)$$

当 $i(m) = \sqrt{\frac{C}{2ML}}, i = 1, 2, \dots, 2ML$ 时，取 $2ML(\frac{C}{2ML})^{\frac{1}{p}}$ 最大值。

证明：这个命题可以表述为一个有约束的优化问题：

$$\max J_{FP}(m) = \gamma_1^p(m) + \gamma_2^p(m) + \cdots + \gamma_{2ML}^p(m) \quad (3-18)$$

$$\gamma_1^2(m) + \gamma_2^2(m) + \cdots + \gamma_{2ML}^2(m) = C \quad (3-19)$$

使用拉格朗日乘子 (3-10) 的方法求解约束优化问题，我们将 (3-18) 和 (3-19) 的拉格朗日函数改写为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[\gamma_i(m), \lambda] &= \gamma_1^p(m) + \gamma_2^p(m) + \cdots + \gamma_{2ML}^p(m) \\ &\quad + \lambda[\gamma_1^2(m) + \gamma_2^2(m) + \cdots + \gamma_{2ML}^2(m) - C] \end{aligned} \quad (3-20)$$

我们改写拉格朗日函数 (3-18) 和 (3-19) 中的是拉格朗日乘数。令对的偏导数为零，即

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}[\gamma_i(m), \lambda]}{\partial \gamma_i(m)} &= p\gamma_i^{p-1}(m) + 2\lambda\gamma_i(m) \\ &= \gamma_i^{p-1}(m)[p + 2\lambda\gamma_i^{2-p}(m)] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3-21)$$

由于该解决方案被假定为非平凡解，因此立即得出

$$\gamma_i(m) = \left(\frac{-p}{2\lambda}\right)^{\frac{1}{2-p}}, i = 1, 2, \dots, 2ML. \quad (3-22)$$

将 (3-22) 代入 (3-19) 并通过一些简单的数学运算，我们得到

$$\lambda = -\frac{p}{2} \left(\frac{C}{2ML}\right)^{\frac{2-2}{2}} \quad (3-23)$$

将 (3-23) 代入 (3-19) 我们得到

$$\gamma_i(m) = \sqrt{\frac{c}{2ML}}, i = 1, 2, \dots, 2ML \quad (3-24)$$

因此 (3-18) 中的取得最大值

$$\begin{aligned} J_{FPP}(m) &= 2ML\gamma_i^p(m) \\ &= c^{1-\frac{1}{p}}(2ML)^{1-\frac{1}{p}} \\ &= 2ML\left(\frac{c}{2ML}\right)^{\frac{1}{p}} \end{aligned} \quad (3-25)$$

请注意, 如果 (3-25) 成立, 所有个通道的脉冲响应是单位脉冲响应。此外, 根据傅里叶矩阵的性质和信道时域冲激响应单位长度的约束, 我们推导出以下等式即常数。这样就完成了证明。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{2ML} \gamma_i^2(m) &= \sum_{i=1}^M \|\hat{h}_i^{10}(m)\|_{\hat{h}_i}^2 \\ &= \sum_{k=1}^M (\hat{h}_k^{10}(m))^T \mathcal{F}_{2L}^H \mathcal{F}_{2L} \hat{h}_k^{10}(m) \\ &= 2L \sum_{k=1}^M \hat{h}_k^{10}(m) \hat{h}_k(m) = 2L \end{aligned} \quad (3-26)$$

ℓ_p 范数 ($1 < p < 2$) 约束对代价函数优化的影响来说。

可见, 在 $\gamma_i(m) = \sqrt{\frac{c}{2ML}}, i = 1, 2, \dots, 2ML$ 的条件下, 利用频域自适应滤波方法, 可以获得较好的稠密解。

四、结论

为了增强对噪声的抗干扰能力, 该课题提出了一种基于 $1 \leq p < 2$ 的范数方法。从理论和实验两方面分析

了这种方法的特点, 并指出了这种方法的优劣主要依赖于声脉冲响应的稀疏程度和源激励的特性。基本上, 该算法更强调声脉冲响应的稀疏性。如果激励为白色, 则 p 值越大, 则该算法对噪声的抗干扰能力越强。但是, 在实际的语音激励情况下, 其性能会随着 p 值得不同而不同。一般情况下, 当信噪比较小时, 选择较大的 p 值, 而当信噪比较大时, 选择较小的 p 值。

参考文献:

[1] 汤欣钰. 多通道语音增强中的盲源分离和去混响技术研究 [D]. 重庆邮电大学, 2021. DOI:10.27675/d.cnki.gcydx.2021.000408.

[2] 朱赛男, 修平平, 严涛, 浦宏杰, 曹李军. 时延估计法、设备及存储介质 [P]. 江苏省: CN114171061A, 2022-03-11.

[3] 金艳, 孟婷, 支石伟, 吴茗蔚, 周武杰. 基于信号强度的最大似然振幅估计迭代算法 [J]. 浙江科技学院学报, 2020, 32(03):174-180.

[4] 张颖. 基于二阶统计量的盲辨识方法研究 [J]. 河南工学院学报, 2020, 28(02):9-14

指导老师: 中国西南科技大学信息工程学院何宏森教授