

# 引入切向畸变和改进遗传算法的相机标定方法

常彬涵 孟建军\* 吕德芳

兰州交通大学机电技术研究所 甘肃兰州 730070

**摘要:** 随着计算机视觉技术应用的广泛, 相机标定技术逐渐成为研究热点。然而, 传统的相机标定技术中存在畸变误差和参数调节不易等问题, 导致标定效果不尽人意, 因此引入切向畸变和改进遗传优化算法成为解决这一问题的研究方向。本研究对相机标定技术中存在的问题进行了深入探究, 并提出了引入切向畸变和改进遗传优化算法的解决方案。

**关键词:** 相机标定; 切向畸变; 遗传优化算法; 技术研究

## A camera calibration method with tangential distortion and improved genetic algorithm is introduced

Binhan Chang, Jianjun Meng\*, Defang Lu

(Research Institute of Mechanical and Electrical Technology, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou, Gansu Province 730070)

**Abstract:** With the widespread application of computer vision technology, camera calibration has gradually become a research hotspot. However, traditional camera calibration techniques suffer from distortion errors and difficulties in parameter adjustment, leading to unsatisfactory calibration results. Therefore, the introduction of tangential distortion and improved genetic optimization algorithms has become a research direction to address this issue. This study thoroughly investigates the problems existing in camera calibration techniques and proposes a solution that incorporates tangential distortion and an improved genetic optimization algorithm.

**Keywords:** Camera calibration; Tangential distortion; Genetic optimization algorithm; Technical research

相机标定技术是计算机视觉领域中的一项基础技术, 它是实现三维重建、运动跟踪、目标识别等应用的关键<sup>[1]</sup>。当前, 随着机器视觉和计算机视觉的发展, 相机标定技术得到了广泛的应用和研究。然而, 传统的相机标定技术存在一些问题, 如误差较大、标定精度不高等。目前对于引入切向畸变的相机标定方法和改进遗传优化算法的应用研究还不够深入, 存在一些问题亟待解决。例如, 引入切向畸变的相机标定方法对于不同类型的相机镜头效果有所不同, 需要进一步研究和优化。同时, 改进遗传优化算法在应用中还存在一些局限性和不足<sup>[2]</sup>。

本研究旨在深入研究引入切向畸变和改进遗传优化算法的相机标定技术, 探索其优化方法和实现方式, 并在此基础上提出一种更有效的相机标定方案, 以提高标定精度和效率。这项研究具有重要的理论和实际意义, 可以为计算机视觉领域的相关应用提供有力的支持和保障。

### 1 基于切向畸变的标定方法

基于切向畸变的相机标定方法的核心在于建立切向畸变模型, 并通过最小二乘法对模型参数进行估计。在模型建立过程中, 需要给出切向畸变模型的具体形式, 通常可以选择二次函数、三次函数等多项式模型来对切向畸变进行建模。

在最小二乘法求解模型参数时, 通过选择合适的标定板姿态及其对应的相机内外参数, 可以获得标定板特征点在图像中的对应坐标, 从而得到误差方程, 进而通过最小化误差方程对模型参数进行优化<sup>[3]</sup>。

#### 1.1 单应性矩阵的求取与分解

根据单应性矩阵求取式, 我们可以得出 $s\tilde{m} = A_1 A_2 \tilde{M} = H\tilde{M}$ , 其中 $s$ 是一个比例因子。我们可以使用 DLT 线性变换法来将这个式子转换成一个单应性矩阵的方程组, 如下所示:

$$\begin{bmatrix} X_w & Y_w & 1 & 0 & 0 & 0 & -uX_w & -uY_w & -u \\ 0 & 0 & 0 & X_w & Y_w & 1 & -vX_w & -vY_w & -v \\ & & & & & & 0 & (1-1) \end{bmatrix} h$$

为了避免由于图形上的不同元素的值存在较大的偏差而使得公式(2-13)变得不稳定, 我们必须先将实验数据经过归一化的预处理, 以确保公式的准确性。

对数据进行线性变换, 设 $m=w\tilde{m}$ :

$$m = \begin{bmatrix} sX & 0 & -meanX * sX \\ 0 & sY & -meanY * sY \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{m} \quad (1-2)$$

其中,  $meanX = \frac{1}{n}(\sum_{i=0}^n u_i)$ ,  $meanY = \frac{1}{n}(\sum_{i=0}^n v_i)$ ,  $meanDevX = \frac{1}{n}(\sum_{i=0}^n |u_i - meanX|)$ ,  $meanDevY = \frac{1}{n}(\sum_{i=0}^n |v_i - meanY|)$ ,  $sX = \frac{1}{meanDevX}$ ,  $sY = \frac{1}{meanDevY}$ 。H 为具有 8 个自由度的单应性

矩阵，将  $H$  以列向量展开， $H = [h_1 \ h_2 \ h_3] = \gamma A_1 [r_1 \ r_2 \ t]$ ，其中  $\gamma = \frac{1}{s}$  且对于旋转矩阵  $r_1, r_2$  可得到两个条件，即  $r_1^T r_2 = 0, \|r_1\| = \|r_2\| = 1$ ，则整理可得：

$$\begin{cases} h_1 A_1^{-T} A_1^{-1} h_2 = 0 \\ h_1^T A_1^{-T} A_1^{-1} h_1 = h_2^T A_1^{-T} A_1^{-1} h_2 \end{cases} \quad (1-3)$$

接着对于参数求解，可先令矩阵  $B = A_1^{-T} A_1^{-1}$ ，其为一封闭解，且为对称阵。且可设  $b = [B_{11} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}]^T$ ，则由式(2-15)得：

$$h_i^T B h_j = V_{ij} b \quad (1-4)$$

则式(2-15)的约束条件可以转化为：

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{12})^T \end{bmatrix} b = 0 \quad (1-5)$$

使用 SVD 分解法求取封闭解  $b$ ，进而得到矩阵  $B$ ，对  $B$  进行 cholesky 分解求取相机内参  $A_1$ ，进而由  $r_1 = \gamma^{-1} A_1^{-1} h_1, r_2 = \gamma^{-1} A_1^{-1} h_2, t = \gamma^{-1} A_1^{-1} h_3$  求取旋转参数和平移参数，其中  $h_3 = h_1 \times h_2, \gamma = \|A_1^{-1} h_1\| = \|A_1^{-1} h_2\|$ 。

### 1.2 初始解的迭代优化

通过使用非线性最小二乘 LM 算法，我们可以通过计算相机外参矩阵的初始解来寻找最优解，并计算出式子 1-6 的最小值。

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|M_{ij} - m(A_1, R_i, t, M_{ij})\|^2 \quad (1-6)$$

其中  $n$  是由相机校准的图像数量， $m$  是每个相应图像的点数量， $M_{ij}$  表示当前迭代中世界坐标系下第  $i$  张图片的第  $j$  个空间坐标， $m(A_1, R_i, t, M_{ij})$  代表当前迭代中像素坐标系下第  $i$  张图片的第  $j$  个像素坐标， $R_i, t$  为第  $i$  张模板图片的旋转平移矩阵。

### 1.3 相机畸变参数改进后的优化

鉴于畸变会导致图像质量的下降，我们提出了一种新的相机畸变模型（式 1-7—式 1-10），它可以通过线性方程的形式，把畸变的程序转化成图像的质量，并且畸变的程序可以通过 LM 非线性优化算法的应用，从而得出更加准确的图像校正结果。根据已经计算的相机内部参数作为起始值，我们可以通过计算  $m \times n$  个角点和  $m \times n$  个空中实体的位置，来计算出 1-7 函数的最优解，从而得到更加准确的相机参数：

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|M_{ij} - m(A_1, k_1, k_2, p_1, p_2, k_3, R_i, t, M_{ij})\|^2 \quad (1-7)$$

其中  $n$  是由相机校准的图像数量， $m$  是每个相应图像的点数量， $M_{ij}$  表示当前迭代中世界坐标系下第  $i$  张图片的第  $j$  个空间坐标， $m(A_1, k_1, k_2, p_1, p_2, k_3, R_i, t, M_{ij})$  表示当前迭代中像素坐标系下第  $i$  张图片的第  $j$  个像素坐标， $R_i, t$  为第  $i$  张模板图片的旋转平移矩阵<sup>[4]</sup>。

## 2 改进的遗传优化算法

### 2.1 改进遗传优化算法设计

遗传算法由于其出色的全局搜索能力，在相机标定等问题中得到了广泛的应用<sup>[5]</sup>。如图 2-1 所示为改进的遗传算法流程：

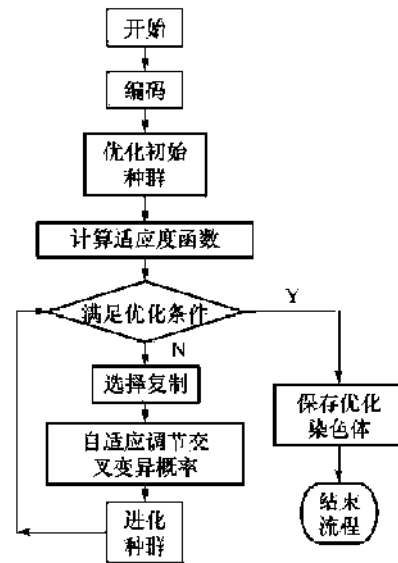


图 2-1 改进的遗传算法流程

### 2.2 改进遗传优化算法实现

#### ① 编码方式

采用二进制编码，向量  $x$  的解的范围是  $[-10, 4500]$ 。编码过程中的精度可通过  $C = (b - a) / (2^L - 1)$  求得，式中  $L$  是根据稳定域设置的编码位数， $a, b$  分别是需求的定义域两端。根据实际需要，设置  $L=35$ 。不考虑畸变矫正时，可求得解析解  $b = [0.31, -2.59 \times 10^{-3}, 1.94, 0.61, 82.73, 4201.67, 2.4 \times 10^{-7}, 4.99 \times 10^{-9}]$ ，而考虑到畸变矫正以后的解是非线性，不能用一般的方式求解，因此使用改进的遗传算法来求解标定参数。因为实验中按照通用遗传算法随机产生初代种群，造成搜寻速率下降，为了提升搜寻速率，加快求解标定参数的速度，将参数  $x$  中的  $x_7, x_8, x_9, x_{10}$  初始值设置为 0。结果表明，改进的初始种群策略显著加快，并照顾了及时性需求，遗传算法的停止前提为 200 代，在此前提下，改进的遗传算法可达到所需的精度。

## ② 适应度函数

根据超定方程, 可得到如下函数:

$$\theta(x) = \frac{1}{2} f^T(x) f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2m} f_i^2(x), \quad (2-1)$$

通过计算 $\theta(x)$ 的倒数, 来确定种群的最佳适应度, 以达到最优效果。可得适应度函数 $f = \frac{1}{\theta(x)}$ 。

## ③ 遗传算子改进

通过对 1760 个点的实验, 我们发现传统的遗传算法需要定义固定的交叉和变异操作, 这增加了计算量, 延长了计算时间。为了解决这个问题, 我们提出了一种动态调整的交叉和变异策略, 它可以有效地减少校正的次数, 从而提高收敛速度。通过实验, 我们发现一种新的调整策略, 即通过不断的遗传迭代, 使得最优的个体的选择率会逐渐提升, 而最差的个体的选择率会逐渐降低。经过进一步的实验验证, 我们发现这种方法能够更精确地求解校准参数。

$$\theta = \frac{\pi(d-1)^2}{2(N-1)^2}, \quad (2-2)$$

$$P_c = \begin{cases} \cos \theta e^{\frac{k_c(f_c - f_a)}{f_{max} - f_a}} & f_c > f_a, \\ k_c & f_c \leq f_a \end{cases} \quad (2-3)$$

$$P_m = \begin{cases} \cos \theta e^{\frac{k_m(f_m - f_a)}{f_{max} - f_a}} & f_m > f_a, \\ k_m & f_m \leq f_a \end{cases} \quad (2-4)$$

在这个公式里,  $d$  代表在实验过程中进行的迭代次数,

$N$  表明结束迭代的次数,  $k_c$  和  $k_m$  代表一个范围内的常量[0, 1],  $f_c$  代表两个交叉后裔中表现出较好的一个,  $f_a$  代表一个群体的一般适应性,  $f_{max}$  代表该群体的最好适应性,  $f_m$  代表突变个体的适应性,  $P_c$  代表交叉的概率,  $P_m$  代表突变的概率。

综上所述, 本文所介绍的引入切向畸变的遗传优化算法在相机标定中的应用, 不仅可以提高标定精度和算法鲁棒性, 同时也为相机标定等计算机视觉领域的深入研究提供了新的思路和方法。

## 参考文献

- [1] 陈君毅, 李如冰, 邢星宇, 蒙昊蓝, 余卓平. 自动驾驶车辆智能性评价研究综述[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2019, 47(12): 1785-1790+1824.
  - [2] 北京市自动驾驶车辆道路测试报告(2019年).
  - [3] 申泽邦, 雍宾宾, 周庆国, 李良, 李冠憬. 无人驾驶原理与实践[M]. 北京: 机械工业出版社, 2019.
  - [4] Dickerman L, Harrison J. A New Car, a New Grid[J]. IEEE Power & Energy Magazine, 2010, 8(2): 55-61.
  - [5] Daily M, Medasani S, Behringer R, et al. Self-Driving Cars[J]. Computer, 2017, 50(12): 18-23.
- calibration." IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence 22 (2000).
- 中图法分类号: TP391.41