

基于动态规划的覆铜板精益生产优化方案研究

王浩¹ 威麦生² 张婷婷¹ 潘志祥¹ 俞赢¹

(1. 中国海诚工程科技股份有限公司 EIM 数创中心 上海徐汇 200030; 2. 广东生益科技股份有限公司 广东东莞 523000)

摘要: 覆铜板由各规格材料在符合一定规则约束的条件下, 经压层、上胶等一系列工序生产而成。本文旨在通过挖掘梳理这种规则约束, 形成可以量化表述的逻辑模型, 用以指导生产过程中设备开关机、生产状态调整等工作, 从而提高批量生产率, 减少因设备生产状态频繁调整产生的资料浪费。

关键词: 动态规划; 对称原则; 限量约束

引言: 某铜板制造企业在进行铜板制造时, 由于不同种类铜板需要的材质成分和组合方式不同, 涉及到配料问题。而导致生产成本提高的环节主要集中在生产设备的姿态调整, 即当从生产一种产品切换到生产另一种产品时要进行的调整而这种调整往往带来了较高成本的增加和设备的消耗严重。那么如何通过一种尽可能批量的生产化方法来指导生产, 进而提高生产效率, 节约成本, 是一项较为重要的工作。但是, 解决以上问题, 需要深入了解覆铜板生产的工艺约束, 比如覆铜板产品生产原料的组合方式需要满足“对称”原则, 比如如果原材料有两种 A、B, 排列形式可以是 ABA、BAB、AABBAA……, 还有若干其他需要满足的约束条件, 同时, 能够概括所要实现的优化目标是: 在原料总量一定的情况下, 生产什么产品能够批量生产最多(机器调姿次数最少)。那么问题就变成了通过尽可能全量搜集覆铜板生产约束条件, 去寻求最优化生产目标的动态非线性规划问题。

一、情景假设

现有长宽及材质相同, 厚度分别 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ 的 n 种材料, 分别用料 1、料 2、料 3、料 4、……料 n 表示, 其限量分别是 $b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$ (单位: 张)。欲用这些材料当中的至少两种组合生产产品, 而且在组合生产过程中满足“对称原则”, 即若以第一和第二种料生产产品, 其组合顺序为: 料 1 料 2 料 1 或料 2 料 1 料 2 或料 1 料 2 料 2 料 1 或料 2 料 1 料 1 料 2 等等, 用三种材料道理相似……

现在要求用怎样的组合模式生产能使得批量生产量最大(同一产品数量最多)?

二、题目辨析

在这个情形中, “对称原则”是关键约束, 为了形象概括其约束本质, 我们做以下分析:

(1) 生产的产品用料种类设为 N 种, 则 $N \geq 2$, 用料总数量设为 M (单位: 张), 则 $M \geq 2N-1$ (举例: 若用两种材料组合成的产品, 至少有 3 张组合而成; 若用三种材料组合成的产品至少有 5 张组合而成……)

(2) 把握“对称原则”的本质第一步。我们可以知道, 当生产一种产品时, 只要合理确定每种材料的用量, 就可以满足“对称原则”, 而且只要确定每种材料的用量, 即使这些材料有不同的组合方式(即生成不同的产品), 我们不再去考虑(因为我们目标是要求得批量生产最大化, 则可认为只有不同产品料的种类和各料的用量相等, 且需料的组合方式相同时才可达到最优)。

(3) 把握“对称原则”的本质第二步。由(2)知, 并不需要考虑每种料在生产产品时的组合方式, 但是只有每种料的用量符合一定的条件时才能满足“对称原则”。那这一条件是什么呢? 可以通过做如下分析来推力获知:

① 可以从产品的用料总数 M 入手(单位: 张), 其值可为偶数或奇数。

② 当 M 为偶数时, 即产品的用料总量为偶数时。若 $N=2$, 即产品的用料种类是 2 种, 通过以上的分析, 此所用的两种材料量数目都必须为偶数; 若 $N=3$ 时, 即产品的用料种类为 3 种时, 把这三种材料分为两组, 若第一组为第一种材料, 第二组为第二种和第三种材料, 就相对于两种材料的组合, 依照 $N=2$ 的情况, 那么第一组用量需为偶数, 第二组也为偶数, 而第二组也需实现“对称原则”, 那么第二组中的第二种和第三种材料用量都为偶数……以此类推, $N=4, 5, \dots$ 亦如此。

最后我们可以总结, 当 M 为偶数时, 只要 $N \geq 2$, 每种材料的用量都必须为偶数。

③ 当 M 为奇数时, $N=2$, 即产品的用料种类是 2 种, 则所用的两种材料量一个为偶数, 一个为奇数。当 $N=3$ 时, 即产品的用料种类为 3 种时, 可以将三种材料分为两组, 必然有一组是奇数, 另一组是偶数, 若奇数那组是两种材料, 那么必定为一奇一偶, 另一组则为偶数, 那么这三种材料用量中有一个为奇数, 两个为偶数……以此类推, $N=4, 5, \dots$ 亦如此。

最后我们可以总结, 当 M 为奇数时, 只要 $N \geq 2$, 每种材料的用量只有一个为奇数, 其他 $N-1$ 种材料的用量都为偶数。不但如此, 也不难推断出, 数目为奇数的材料位于在产品中间位置必有一张。

④ 概括起来, 就是当产品的用料总数为 $M, N \geq 2$ 时, 这 N 种材料用料量(单位: 张数)为偶数的材料种类 $\geq N-1$, 也即这 N 种材料用料量(单位: 张数)为奇数的材料种类最多为 1 种。

三、建模过程:

(1) 限量建模: 对于每一个产品而言, 生产其需要消耗特定的材料成本, 首先对产品消耗的材料成本进行限制, 其不能超过每种材料的限额。设生产一种产品用去料 1、料 2、料 3、料 4、……料 n 的量分别为: $c_1, c_2, c_3, c_4, \dots, c_n$, 则需:

$$\text{限量约束: } \begin{cases} 0 \leq c_1 \leq b_1 \\ 0 \leq c_2 \leq b_2 \\ 0 \leq c_3 \leq b_3 \\ 0 \leq c_4 \leq b_4 \\ \dots \\ 0 \leq c_n \leq b_n \\ c_1, c_2, c_3, c_4 \dots c_n \in N \text{ (自然数)} \end{cases}$$

(2) “对称原则”: 根据以上的描述, 可以通过求余算法来实现奇数偶数的约束, 从而进一步来实现对称约束。分别对 $c_1, c_2, c_3, c_4, \dots, c_n$ 除以 2 求余数, 则余数的值 $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$ 为 0 或者 1, 这里 $d_1 = 0$ 即代表用料数量为偶数时的情况, $d_1 = 1$ 即代表用料数量为奇数时的情况。则所得结果如下(‘%’代表相除求余数):

$$\text{除二求余: } \begin{cases} c_1 \% 2 = d_1 \\ c_2 \% 2 = d_2 \\ c_3 \% 2 = d_3 \\ c_4 \% 2 = d_4 \\ \dots \\ c_n \% 2 = d_n \\ d_1, d_2, d_3, d_4 \dots d_n \in \{0, 1\} \end{cases}$$

通过以上分析可知: 为了对各种材料用量的奇偶性进行限制, 可以通过对 $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots, d_n$ 进行如下限制来实现:

奇偶限制: $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + \dots + d_n \leq 1$

其表示 $c_1, c_2, c_3, c_4, \dots, c_n$ 中最少有 $N-1$ 个偶数, 换言之, 表示所有用料的用料数量中最多有一种用料数量为奇数, 而其他都用料数量都为偶数。

(3) 目标函数: 现在要求用怎样的组合模式生产能使得批量生产量最大(同一产品数量最多, 且在各种用料尽可能一次性用完的情况下)? 要实现最这一目标, 即需要尽量使得 e_i 中最小值最大, 这就像水桶原理, 若一直关注将最短板提高, 则容量则会提高。这里每种原料支持做少生产产品的数目越多, 则总体能够支持生产的产品则也越多。(这里 $c_i \neq 0$, 若有材料不使用的情况, 即当 $c_i = 0$ 时, 把其看成是 $c_i^+ \rightarrow 0$, 根据求极限原理可以保证让 c_i 当除数时有意义, 其中‘/’代表两个数相除求整数商的运算)。则由此可见, 目标函数可以描述如下:

最大批量目标函数: $z = \max \left\{ \min_{1 \leq i \leq n} (e_1, e_2, e_3, \dots, e_i) \right\}$, 其中:

$$\begin{cases} b_1/c_1 = e_1 \\ b_2/c_2 = e_2 \\ b_3/c_3 = e_3 \\ b_4/c_4 = e_4 \\ \dots \\ b_n/c_n = e_n \end{cases}$$

$e_1, e_2, e_3, e_4 \dots e_n \in Z^+$ (正整数)

上述分析过程是基于现在拥有的材料全部用于产品生产来进行的(因为如果无这一规定,批量生产量最大的产品必只有两种材料组合而成)。当然,分析过程中可以进行约束的调整来满足不同的要求(包括材料种类,用于生产的材料种类,尽量使用小库存材料等等,这些都可以作为更加优化模型的约束内容)。

自变量		e1	e2	e3	e4	c1	c2	c3	c4	常数范围	
	目标函数	1	1	1	1	0	0	0	0	0	约束条件
约束一	料1用量约束	1	0	0	0	1	0	0	0	b1	0
	料2用量约束	0	1	0	0	0	1	0	0	b2	0
	料3用量约束	0	0	1	0	0	0	1	0	b3	0
	料4用量约束	0	0	0	1	0	0	0	1	b4	0
约束二	e1 整数约束	1	0	0	0	0	0	0	0	int	0
	e2 整数约束	0	1	0	0	0	0	0	0	int	0
	e3 整数约束	0	0	1	0	0	0	0	0	int	0
	e4 整数约束	0	0	0	1	0	0	0	0	int	0
约束三	e1 大于等于0约束	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	e2 大于等于0约束	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	e3 大于等于0约束	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	e4 大于等于0约束	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
约束四	c1 整数约束	0	0	0	0	1	0	0	0	int	0
	c2 整数约束	0	0	0	0	0	1	0	0	int	0
	c3 整数约束	0	0	0	0	0	0	1	0	int	0
	c4 整数约束	0	0	0	0	0	0	0	1	int	0
约束五	c1 大于等于零约束	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	c2 大于等于零约束	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	c3 大于等于零约束	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	c4 大于等于零约束	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
约束六	对称约束(对c除二求余)	0	0	0	0	1	1	1	1	bin	0
约束七	厚度限制(上限、下限)	0	0	0	0	h1	h2	h3	h4	f1	
		0	0	0	0	h1	h2	h3	h4	f2	
		0	0	0	0	h1	h2	h3	h4	f3	

上述表中表,1代表有值,0代表无值,通过以上的约束条件,来进行公式的罗列。

假定赋值:规定生产产品的厚度是: $f_1=0.09\text{cm}, f_2=0.126\text{cm}, f_3=0.17\text{cm}$; 四种材料的厚度分别是 $a_1 = 0.006\text{cm}, a_2 = 0.009\text{cm}, a_3 = 0.010\text{cm}, a_4 = 0.004\text{cm}$; $b_1 = 800, b_2 = 203, b_3 = 413, b_4 = 501$ 。经计算,最后所得结果如下:全部用于生产第三种产品(即 $f_3=0.126\text{cm}$) 批量生产最大,能够达到最优结果,且生产一个产品可以通过如下原料组合进行实现:第一种原料8张,第二种原料2张,第三种原料4张,第四种原料5张。

通过反向验证,且满足用料要求和对称约束。通过随机数验证可以判断此即为最优解。

五、结论

本文通过对拟解决问题进行情景假设,将问题模型化,并结合演绎的方法,对问题进行分析和推理,根据 matlab 工具对模型进行编程实现,并根据实际数据对分析结果进行验证。覆铜板生产是可以通过精益思维进行优化的一种场景,而实际上,诸如此类的场景枚不胜数,本文提供了一种可以参照的解决此类问题的方法论和具体解决思路,通过正向推理的方式来解决,达到了准确描述问题、准确解决问题的目的。但是,限于本人水平有限,在建模过程中,只考虑了数学模型本身的约束条件,而未考虑生产实际当中具体遇到的因素,而这些因素往往在生产过程中也具有重要的影响作用,如何将这方面的因素融入到、体现在模型里,是未来可以进一步研究的内容。另外,现阶段只用了 matlab 进行模型算法的实现,实际上,在具体的实践生产过程中,生产场景较为复杂多样,如果需要穷尽场景来做算法定制,运用诸如 matlab 这类软件进行实现,较难满足多样化应用需求。所以,在实现模型算法过程中,可以尝试考虑平台化、标准化、可复制化等思路来积累算法知识库,进而方便快速搭建算法应用。

参考文献:

四、编程实现

(1) 本文通过 matlab 实现编程,得出最优值。用到的部分函数包括:

- fminunc():求最小值函数;
- floor():求两数相除得商得整数部分;
- mod():求两数相除得余数。

为了能够将分析结果更形象地进行展示,并且进一步进行结论验证,先选取4种材料作为样本,规定b的值,以下通过表格方式来展现模型逻辑,最终以 matlab 代码进行实现,得出相关结论。

模拟4种材料进行覆铜板的加工,如下用表格方式展示目标函数和约束条件矩阵关系:

[1]生产与运作管理(第二版).刘丽文.北京:清华大学出版社.2022

[2]精益生产在建材装备制造企业中的应用[J].柳强.河南建材.2018(05)

[3]精益生产在电梯制造企业中的应用研究[J].林伟华.冶金与材料.2021(05)

[4]精益生产在煤机工厂设计中的应用[J].刘进,窦照亮.工程建设与设计.2014(12)

[5]高性能碳纤维规模化精益生产的创新管理[J].刘芳,金亮.企业改革与管理.2015(21)

[6]医疗建筑精益设计方法概述[J].石启雷,陈斌.工程建设与设计.2021(S1)

[7]精益生产对成本管理的影响[J].叶晶.建材与装饰.2018(05)

[8]基于精益生产理念的PC工厂产线规划研究[J].黄岸,唐柏意,李经纬,邓亚湘.建筑机械化.2021(05)

[9]基于Fuzzy-AHP的预制构件企业精益生产能力评价[J].田登登,蒋黎晖,胡雅琴.土木工程与管理学报.2019(05)

[10]基于项目剩余权的动态网络组织构想——精益建造组织探讨[J].余明,李颜娟,江波.湖北工业大学学报.2009(06)

[11]成组流水线先零件排序的优化算法[J].柯楨,齐二石,王恒毅.管理工程学报,1996,10(4):243-248.

[12]基于模糊交货期的单件制造业准时化生产计划[J].王玮,汪定伟,王晓琦.系统学报,1998,13(2):63-69.

[13]精益生产方式下的质量控制研究[J].王玖河.科技与管理(哈尔滨),2022,4(2):27-30.

作者简介:王浩(1990年9月-)性别:男,民族:汉族,籍贯:北京市海淀区,学历:硕士研究生,研究方向:生产制造