

机械系统建模仿真分析

陈可言¹ 郑济沅²

1 重庆邮电大学 重庆 400065 2 北京信息科技大学 北京 100192

摘要: 本文提出一种基于实体建模方法求取机械系统传递函数的方法, 对于复杂的机械操纵系统通过动力学方程的方法求取数学模型需要求解高阶系统方程, 计算过程繁琐。本文提出的实体等效建模方法忽略掉系统的次要因素, 把握系统的主要特性, 可以较快的求取机械系统的传递函数模型, 用于系统的仿真分析。

关键词: 机械系统; 建模; 仿真

引言

传递函数模型是古典控制理论中对线性系统进行研究的主要工具。传统求取机械系统数学模型的方法是通过物理系统列写微分方程。再对微分方程进行化简, 通过拉普拉斯变换, 得到代数数学方程。随着机械系统的复杂度提高, 系统的求解难度越大。对机械操纵系统建立数学模型, 区别于通过有限元法进行数值建模与分析, 作为开展机械系统建模分析工作的基础。通过对具有复杂连接形式的机械系统建立刚体线性动力学模型, 在此基础上通过数学仿真的方法, 求取机械系统的静态特性和动态特性, 以初步确定机械系统的固有频率、阻尼等参数, 研究机械系统的控制特性(线性、非线性), 对整个系统的控制性、稳定性进行评定, 为设计分析改进提供支持, 以确认与设计目标的一致性和符合性具有重要意义。

再利用软件对机械系统数学模型进行仿真计算和分析, 能进一步深入研究机械系统的动力学特性, 为机械系统的研制和改进提供理论基础和支撑, 能以物理规律为基础, 把握机械系统的本质特征。数学仿真系统的建立与实施不仅可以节约实验成本, 也有助于建立精简合适的实验方案, 可以对机械系统的研制达到事半功倍的效果。所以建立机械系统的数学模型是必要的。

1 建模假设

一般对于机械系统的数学建模过程分三步走, 一是建立各部件的刚体模型, 此模型不考虑各部件弹性变形和非线性, 仅为机械系统刚体运动的数学模型; 二是考虑弹性和阻尼的模型, 考虑系统各部件的弹性变形与阻尼系数, 但不考虑系统存在的摩擦、间隙等非线性因素, 即是考虑了弹性运动的操纵系统数学模型; 三是考虑系统各部件运动之间的非线性因素, 建立机械系统具有弹性运动的非线性数学模型。建立模型基于一些假设条件, 建立数学模型。在第二步的建模中, 考虑质量、弹性和阻尼的建模为重点建模任务。其中的关键技术在于从已有的结构部件的参数和关系中获得等效的质量、弹性和阻尼参数。这一工作在很多相关的研究工作中都

没有详细给出, 一个原因是等效方法是需要商榷, 可能正是这些等效方法上的缺陷, 才导致了仿真计算数据误差较大, 导致在实际使用中价值不高; 二是这种等效方法很大程度上需要依赖大量的工程经验, 不具有普适性。

在本文中, 我们对于机械系统结构采用了独特的实体建模方法, 根据各部件的不同特点分别采用复合实际物理定律和等效法则的混合建模方法, 以提高数学模型的精度。通过等效原理, 获得各部件力学模型的具体参数, 具体参数通过前面所提的两个步骤获得和修正。本文主要考虑系统的刚体运动数学模型, 对建模的对象进行了刚体假设。

对这不同环节需要分别建立数学模型, 把各段的特性用动力学方程表示出来, 主要的方法是按照集中质量的方法对所有的系统部件进行等效处理。然后分别列出各段的力和位移的关系, 以微分方程和传递函数的形式进行表示; 进而通过系统部件之间的运动关系, 得到整个系统的数学模型。

2 等效规则

对于各个部件的等效

(1) 等效质量

①有质量的弹簧 - 质量 m 系统
 m_s 为弹簧质量

其等效质量为 $m_e = m + \frac{m_s}{3}$

②多刚体的等效质量和等效惯量

设多刚体中第 i 个刚体的质点速度和转动角速度分别为 v_i 和 ω_i

则多刚体系统的动能为

$$E = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 + \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 \right)$$

其中 n 为活动刚体的个数, 分别为第 i 个刚体的质量和转动惯量, 若将多刚体等效为单一刚体, 则等效质量 m_e 按下式导出

$$m_e = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} m_i \left(\frac{v_i}{v} \right)^2 + \frac{1}{2} I_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]$$

v 为等效质量的质心速度, ω 为其转动角速度
等效质量的转动惯量 则为

$$I_e = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} m_i \left(\frac{v_i}{\omega} \right)^2 + \frac{1}{2} I_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]$$

③刚体惯量用等效质量表示

设圆盘的转动惯量为 I , 绕中心原点的转动角速度为 ω , 半径为 R

$$m_e = I/R^2$$

(2) 单摇臂的质量折算
动能不变原则

AO 和 OB 绕 o 点转动惯量分别为 J_a 和 J_b

$$M_A = J_a/a^2$$

$$M_B = J_b/b^2 + m_s/3$$

现需将 B 点质量折算到 A 点所表示的运动方向坐标上, 按照动能不变原则, 则等效折算到 A 点的动能为 $\frac{1}{2} M_e V_e^2$

$$\text{于是 } \frac{1}{2} M_e V_e^2 = \frac{1}{2} M_B V_B^2$$

$V_B = \dot{y}_B = b\omega$, $V_e = \dot{y}_A = a\omega$, 代入动能恒等式 $M_e = (b/a)^2 M_B$

建模以物理学定律为基础, 依据机械系统的原理结构图、各部件的参数和运动关系, 并利用仿真软件进行计算分析。这样就可以得到与实体可互映射的系统数学模型, 这种实体建模方法可以有效地提高数学模型的精确性, 同时也可以提供系统各个环节的位移和力的数据。对所建立的数学模型进行数学仿真后的数据, 可以根据已有的实验数据进行检查和验证, 力争使得由数学模型的仿真计算数据与实际试验数据的误差控制在工程可以接受的范围内, 以使得数学模型在工程上具有一定的可检验性和实用性。

3 机械系统等效模型

按照前述原则, 对某复杂的机械系统, 经过等效可简化为下图所示的结构。

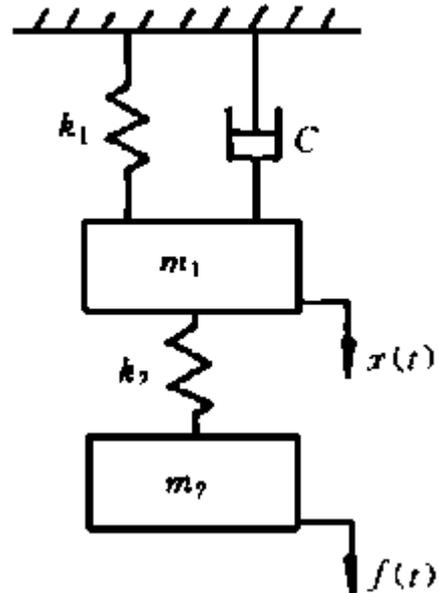


图1 机械系统简化图

对机械系统进行质量和阻尼逐级等效, 等效到输入作用处的质量为 m_f 和 C 。依据牛顿运动定律, 机械系统部分的传递函数可表示为:

$$\frac{We(s)}{Fe(s)} = \frac{1}{m_f s^2 + cs + k_s} \quad (1)$$

其中等效质量与等效阻尼, 通过机械系统的传动关系逐级等效求得。

4 结论

本文所介绍的机械系统建模方法根据物理定律出发, 对系统进行了适当的简化, 其中的参数先是从理论推导获得, 由于在简化过程中不可避免的引入了不确定性误差。因此后期需要根据实验曲线对于参数进行了修正, 得到改进的数学模型。通过这种方法建立的数学模型总体可信度较高。通过进一步完善非线性部分在仿真模型中的作用以使得动态特性与实际系统的吻合进一步增加。通过利用数学仿真模型可以从侧面验证了设计的机械系统的性能, 分析稳定性和动态性, 具有较好的工程价值。

参考文献

- [1] 克洛斯 C M, 弗雷德里克 D K. 动态系统模型的建立和分析 [M]. 张惠侨译. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [2] 左鹤声. 机械阻抗方法与应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [3] 杨叔子, 杨克冲. 机械工程控制基础 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1988.