基于水下散热模型的研究

王国华 刘晓慧 盛玉娜
华北理工大学数学建模创新实验室 河北 唐山 063210

【摘要】本文主要是研究海底数据中心的外壳散热问题，以最大的存放数量为目标，建立的线性规划模型和散热模型。在线性规划模型中求得了在空间约束下的最大安装数量。在散热模型中考虑自然对流和强制对流两种方式，求得了在散热约束下的最大安装数量，进行比较后得出最大安装数量是 463 台。

【关键词】线性规划；散热模型

1 问题分析

服务器数量受到数据中心集装箱大小、服务器大小、服务器的产热量等因素的限制。可以将此问题分为两部分，一部分运用线性规划模型，将服务器数量作为因变量，根据空间限制列出约束方程，建立线性规划方程组[1]，求解圆柱体集装箱在空间范围内的最大装填服务器数。

第二部分主要考虑服务器的散热需求，将集装箱看做单一热源，通过自然对流和强制对流两种冷却方式来达到散热效果。自然对流的模型主要依据自然对流定律，求出自然对流散热下所能支持的最大的服务器总数，强制对流散热则根据牛顿冷却定律来进行计算。

建立冷却模型时可优先考虑自然对流的散热效果，若自然对流散热条件下可支持的最大服务器总数大于圆柱体集装箱在空间范围内的最大装填服务器数。则无需求强制对流。若自然对流不能承担散热任务，则应考虑强制对流模型。

2 模型建立

2.1 线性规划模型

选择 44.45525mm 的底面，采用从圆柱底层向上叠加服务器的方式进行填充，由于不能简单的考虑体积的加和，因此有以下约束条件：

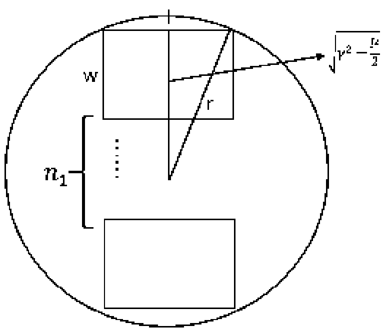

图 1 数据中心横向截面图

约束一：底面短边累计和不能超过中心轴线，公式表示为：

$$n_1w \le 2\sqrt{\gamma^2-\frac{l^2}{2}}$$

约束二：服务器高的累计和不能超过集装箱的高，公式表示为：

$$n_2h \leqslant H$$

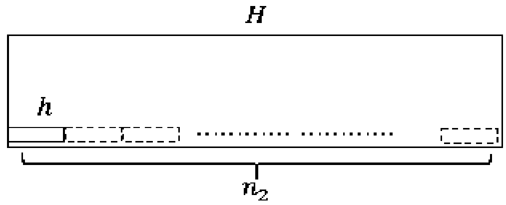

图 2 数据中心纵向截面图

约束三：服务器总体积不能超集装箱体积，公式表示为：

$$nwhl \leqslant \pi r^2H$$

约束四：由于 n1,n2 取整数，所以 H 和 n2h 可能不相等，而两者之间的空隙不可忽略。在以 H-n2h 为高，以底面半径为 r 的圆柱体中，分别以 w、l 为高摆放服务器，设此函数为 max 函数[2]。空隙摆放 n3 是正整数。函数表示为

$$n_3=\max\frac{12000-hn_2}{l},\frac{12000-hn_2}{w})\in N^*$$

根据以上约束条件和目标函数列以下线性规划方程

$$\text{s.t.}\begin{cases} n_1w\le 2\sqrt{\gamma^2-\frac{l^2}{2}} \\ n_2h\le H \\ nwhl\le \pi r^2H \\ n_3=\max\frac{12000-hn_2}{l},\frac{12000-hn_2}{w})\in N^* \\ n_1,n_2\in N^* \end{cases}$$

服务器总数的目标函数为：MAX(n) =n1+n2+n3

利用 MATLAB 软件解得目标函数的结果为：MAX(n)=428

2.2 自然对流模型

只考虑海水中的自然对流和强制对流两种传热方式，

2021 年 3 卷 7 期 ISSN:2661-3530(Print); 2661-3549(Online)

不考虑服务器内部的排列方式，将整个集装箱看做一个单一热源，集装箱内部的服务器产热叠加。海水温度限制在 80 摄氏度，所以只需要将集装箱外壳控制在 80 摄氏度内，即集装箱表面达到 80 摄氏度时，单位时间产热等于表面散热。运用自然传热定律研究单位时间传热可以较好地解决此问题。

自然对流的模型的建立以及求解：

当物体浸没在大量流体中进行自然对流传热时，自然对流平均数 Num 的函数关系为：

$$Nu_m = \frac{h_m L}{k} = \phi(Gr, Pr)$$

假设有如下变量：

t：温度 θ：单位时间 ts：壁面温度 t0：流体主体 y：自壁面算起的距离

自然对流传热系数 h

$$h = b\frac{k}{L}\left(\frac{\rho^2 g\beta\Delta t L^3}{\mu^2}\frac{c_p\mu}{k}\right)^n$$

取平均温度 tm=50° 作为无量纲数群中的物性参数

又 有 b=0.53，n=0.25，Num=0.53Ran，Gr=1.31×1011

20℃水的物理性质有：k= 7.42×10 5，v= 1.006×10 -6 (m2/s)，Pr=4.31，

$$Ra = GrPr = \frac{g\beta(t_s - t_0)d^3}{v^2}Pr$$

转换热量： $q=h_m \pi dl(t_s-t_0)$

MAX(num)=q/500

解得 =2040

3 结束语

只考虑自然传热时，MAX(num) 大于线性装填方案，可以不考虑强制对流影响，在满足装填条件和散热条件下，可以装填 463 台。

【参考文献】

[1] 徐晓辉 . 数学建模应用中整数线性规划问题的常用解法初探 [J]. 现代职业教育 ,2021(07):178-179.

[2] 晏开封 , 张靖 , 何宇 , 张英 , 刘影 , 李兴莘 . 基于机会约束的微电网混合整数规划优化调度 [J]. 电力科学与工程 ,2021,37(02):17-24.

【作者简介】姓名：王国华；性别：男；出生年月：2000.11.08；民族：汉；籍贯：河北秦皇岛；学历：大学本科；学校：华北理工大学；专业：测控技术与仪器