

基于事物生成论构建线性代数课程的知识衍成论

孔楠

上海杉达学院基础教育部 上海市 200120

摘要: 本文基于李耳的《道德经》中“道生一、一生二、二生三、三生万物”的宇宙事物生成论, 依照事物从少到多, 从简单到复杂的生成过程, 提出针对高校数学类课程中某一成系统的知识的教学理论和方法——知识衍成论教学法。并以“行列式的展开定理的引入与简单推导”的内容教学过程为例进行说明, 同时给出课件设计展示。

关键词: 高校数学; 线性代数; 道德经; 课件设计; 知识衍成论教学法

《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》等高校数学类课程是理工科、经管类专业的大类通识专业基础课程, 如何上好这些课程对于大学生教育教学质量起到了至关重要的作用。而教师上好这类课程的关键主要取决于教学内容的输出方式和教学媒介的应用。目前, 随着科技的迅速发展, 教学媒介也越来越多元, 诸如多媒体教室等好用、实用的教学媒介完全可以满足教师在教学过程中的应用。因此, 在现代科技的加持下, 探寻最容易被学生接受与理解的教学内容输出方式就成了深耕于一线的教师亟需解决的问题。尤其是高校数学类课程的任课教师, 大部分学生甚至老师都认为这类课程理论性强、实操性弱, 学生听起来枯燥, 老师讲起来繁琐, 甚至有些教师在教授成系统的知识内容时, 也无法将这些知识技巧性地串联起来为学生讲解^[1]。本文针对上述问题, 结合《道德经》中对事物生成过程的描述“道生一、一生二、二生三、三生万物”, 给出高校数学类课程中成系统的知识的教学方法论——知识衍成论, 并举例说明。

1. 《道德经》中的宇宙事物生成论

《道德经》又称《老子》《五千言》, 是老子哲学思想的主要来源。《道德经》分为《德经》和《道经》, 内容涉及修身、治国、养生等, 文意深奥, 被誉为万经之王。《道德经》中蕴含着丰富的哲学思想和人生哲理, 不仅在当时促成了道家的出现和发展, 更是反映中国优秀传统文化思想的代表作品^[2]。

《道德经》第四十二章第一句谓曰: “道生一、一生二、二生三、三生万物。”讲的是老子的事物生成论。这里的“一”、“二”、“三”是指“道”创生万物的过程。其中“道生

一”可理解为“道曰规, 始于一”, 即“道”是一种规则, 宇宙中的万事万物都必然要遵循这个规则, 而这个规则通常是从“一”开始的。

2. 高校数学类课程中知识衍成论及其教学法

诸多数学知识, 尤其是高等学校教授的《高等数学》、《线性代数》、《概率论与数理统计》这些理工科与经管类大学生所必修的大类通识课程的知识内容, 其形成与发展过程也是符合“道生一、一生二、二生三、三生万物”的理论的: 对于一个数学知识点, 人们也总是先去探讨其在一维状态下的理论形态, 即“道曰规, 始于一”, 而后去推广, 探讨其在二维状态下的理论形态, 而且此时还常

常伴随对一维和二维这两种状态下的理论异同点的比较, 接着再将二维状态下的理论推至三维, 若二维状态下的理论在三维状态下仍然适用, 则就乘着“大胆假设、小心求证”的归纳思维, 将这一理论推广至 n 维, 即任意维度, 直至该理论基本完善。

譬如, 《高等数学》中的“极限”(一重极限、二重极限、三重极限、……、 n 重极限)、“导数”(一阶导数、二阶导数、三阶导数、……、 n 阶导数)、“微分”(一元函数的微分、二元函数的全微分、……)、“积分”(一重积分、二重积分、三重积分、……)甚至“函数”都是按此理论进行编写或讲授的。

将数学中的某一知识点看作是“道”, 那么其在一维、二维、三维、……、 n 维下的理论形态的衍成过程, 就可以表述为: 道生一、一生二、二生三、三生 n 。这一过程称为知识衍成过程, 利用这一衍成过程进行的教学方法称为知识衍成论教学法。

如何利用知识衍成论教学法呢? 本文借助代数学中的两个知识点进行说明。

以“方程与方程组”这一系统知识为例, 许多教师在进行教学时, 就是以这个理论为基础进行教学的。从一元一次方程, 到二元一次方程组, 再到三元一次方程组, 最后讲解 n 元一次线性方程组。其中一元一次方程、二元一次方程组、三元一次方程组的讲解是中学阶段的必修内容, 而 n 元一次线性方程组的内容则是在大学阶段的《线性代数》中进行了着重的讲解。其理论和求解方法仍然承袭二元一次方程组或三元一次方程组的理论和方法——消元法。

只不过, 《线性代数》中关于 n 元线性方程组的求解, 在承袭前面低元理论和方法的基础上, 又借用“行列式”和“矩阵”两种代数式的运算分别对这一方法的解答形式进行了简化。同理, 对于“行列式”和“矩阵”这两个知识点中的某些理论和方法也可以按照“道生一、一生二、二生三、三生 n”的知识衍成逻辑进行讲授。

下面, 本文再以“行列式的展开定理的引入与简单推导”为例, 进行说明。

对于一阶行列式 $|a|^{[1]}$, 其值就是 a, 无所谓展开;

对于二阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 的对角线法则运算式: $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$, 就可将其

看成是按照第一行展开得到算式。

此时,

$$A_{11} = (-1)^{1+1}|a_{22}|, A_{12} = (-1)^{1+2}|a_{21}|,$$

即,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12};$$

对于三阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ 的对角线法则运算式:

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31},$$

将其作简单并项处理, 可得:

$$a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(-a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

$$= a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

此时,

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}, A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix},$$

即,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}.$$

至此, 完成了“道生一、一生二、二生三”的部分, 并由此观察到二阶、三阶行列式的值可以看作其第一行的每一个元素与其相应的代数余子式的乘积的和, 于是, 可以推想: 任意一个 n 阶行列式的值也等于其第一行的每一个元素与该元素相应的代数余子式的乘积的和。

接下来就是对这一推想的严格证明。对于该证明, 可以在针对不同专业的学生, 依据其培养方案和课程教学大纲的不同, 有选择地讲或不讲。而后再考虑其他行是否也是如此? 行若都行, 再考虑列的情况。如此就可以严格的证明出行列式按照某行(列)展开的定理了。

有了行列式按照某行(列)展开定理, 再去思考按照某两行(列)、某三行(列)展开定理, 最后得出行列式按照某 k 行(列)展开定理——拉普拉斯定理。

可见, 这样的一套衍成理论, 具体到某一猜想的证明时, 就是我们常见的数学归纳法了。数学归纳法是一种数学思想, 更是学生必备的数学思维。应用该衍成理论系统性的讲述知识, 可以很好地讲这一数学思维潜移默化地传授给学生。

3. 课件展示





4. 结论

知识衍成论教学法是在“道生一、一生二、二生三、三生万物”的事物生成论的基础上，充分利用数学知识点

的衍成过程和学生的认知逻辑来进行安排的授课方式。这样既能够保证学生最大化的接受知识，系统性地学习、梳理、复习知识，又不至于使学生学习起来感到知识点杂乱无章，没有逻辑。本方法除了可以运用在数学类课程知识点的讲授中，也可以用在物理、化学等理工科类的其他专业知识的讲述中，具有一定的普适性，并且这种知识衍成论也对教师编写校本教材或一般教材有一定的启发作用。这种讲授方式对学生来说更有助于学生在自学时构建自己的知识体系和学习方法，不失为一种有效的“研究型教学模式”^[4]。这种将中国优秀传统文化渗透在教学课程中的教学方法，更是课程思政融入的一种体现^[5]。

参考文献：

[1] 孔楠, 陶淑一. 基于五步识人法构建高校数学类课程教学的五步认知法——以“线性代数中行列式”的课件设计为例[J]. 新课程教学, 2021(15): 189-190.

[2] 王俐, 刘亚. 文化自信视域下中华优秀传统文化的当代价值——以《道德经》为例[J]. 大众文艺, 2024, (10):220-222.

[3] 赵树媛. 经济应用数学基础(二)线性代数[M]. 北京: 中国人民大学出版社(第六版), 2021.

[4] 万安华. 高等数学课程教学方法的优化及其案例[J]. 大学数学, 2018, 34(02):111-115.

[5] 嵇婷. 高校数学类课程思政建设路径探析[J]. 教书育人(高教论坛), 2024, (15):82-85.

作者简介：

孔楠(1989.09-), 男, 汉, 河南宁陵人, 硕士, 上海杉达学院基础教育部讲师, 主要研究方向为: 应用数学。