

基于学生发展的中学数学知识拓展的思考与探究

徐 燕

(东平高级中学 山东泰安 271500)

【摘要】 随着中学数学课程改革, 中学数学教学内容进行了调整, 虽然有导数、积分等概念的下放, 但也同时删减了反三角函数等相关内容。本文从学生未来大学学习和发展的角度出发, 通过研究大学数学学习对中学数学知识的需求, 结合现行中学课标, 对中学数学教学中知识拓展进行思考研究, 总结出中学数学拓展的五个知识点, 并对相应知识点的作用及引入教学方式进行了分析, 其目的就是在满足高考要求的同时, 能更大限度地为学生未来学习发展做好准备。

【关键词】 知识拓展; 中学数学课程标准; 数学思维

DOI: 10.18686/jyfzj.v3i2.35201

中学数学课程标准改革以来, 中学数学教学内容发生了巨大变革, 一方面大学知识中如导数和积分概念引入中学教材, 这对学生数学视野开阔和对数学应用价值的感受具有积极促进作用, 另一方面中学数学弱化了反三角函数、三角函数相关知识的讲解, 对于数列求和, 高次因式分解, n 次方差公式及二项式展开的灵活应用挖掘深度不够, 虽然能够满足高考要求, 但对学生未来大学学习和数学专业发展而言相差甚远。高校数学教师在大学数学教学中, 普遍反映学生基础薄弱, 很多大学知识学习和问题解决过程, 学生基础知识的欠缺反而成了学习的一大阻力。追其主要原因是大学数学教学和中学数学教学的脱钩, 要解决这一问题, 不能只寄希望于大学数学课程中简单几次知识补充讲解, 作为中学数学教师, 更应该在中学数学教学过程中, 在满足高考要求的同时, 对数学知识进行一定程度的拓展延伸, 为学生未来学习奠定良好的基础。本文基于个人大学学习过程中的经验及调研访谈结果, 对大学数学公共课和专业课程中对中学知识的需求进行了分析归类, 找到中学数学和大学数学脱节的五个主要知识点, 并根据未来学习要求对这五个知识点在中学数学环节的拓展讲解方式及重难点和必要性进行了分析, 找到了破镜中学数学和大学数学知识衔接困境的一种有效方法。

1 大学数学教学面临的困难和存在的问题

随着国家对基础研究重视程度的提升, 高等教育中几乎所有的学科专业培养方案中都有对大学数学课程的学分要求。然而高校中“高数难学”的传说一直流传, 说明大学数学学习效果欠佳。究其原因主要有以下几个方面。

(1) 班级规模大、教学效果不佳。随着高校扩招, 学生人数激增, 体量增加给公共数学课程的教学带来了很大压力, 如高等数学课程, 由于师资及教室资源的限制, 很多都是大班授课, 老师开展教学活动很难做到因材施教, 教学效果大打折扣。

(2) 课堂时间长, 课程内容多, 节奏快, 学生难以适应大学学习方式。公共数学课程一般是两节连排, 数学专业的数学分析课程大部分都是三节连排。两个学期要完成极限、一元函数微积分、多元函数微积分、级数

等内容主题的讲解。时间紧任务重, 导致了课堂节奏快, 这与高中重复性强度联系不一样, 快节奏新知识的传递会使一部分学生在学习过程中掉队, 这一点从学生的第一、二学期的成绩差异中可以看出。

(3) 生源广、基础差异, 学习效果差。高校生源一般遍布全国, 各个省市教材甚至高考试卷都不一样, 为了应对高考, 中学教学中弱化了一部分知识的讲解, 如反三角函数等, 但这部分内容是学习高等数学的必备基础知识, 但是学生进入大学后没有专门的中学和大学数学学习衔接培训, 仅靠一两节课的预备知识补充难以达到效果。简而言之, 学生通过了高考, 但在数学学习中并没有做好学习高等数学和现代数学的准备。这也是使得学生学习困难的主要原因, 直接影响学生大学阶段数学学习和学业发展。

2 开展中学数学拓展知识教学的必要性

从学生发展的角度而言, 中学教学既要关注学生眼前目标, 又要关注学生长期发展。眼前目标就是顺利通过高考, 进入理想大学专业进行学习; 长期发展就是为学生未来学业发展奠定必备的基础。大学数学学习现状表明, 中学数学知识拓展教学势在必行。研究大学数学学习需求, 构建合理的数学知识拓展主题, 为学生未来深造学习奠定坚实的基础, 具有重要意义。

3 中学数学拓展知识教学的实施策略

针对目前中学数学课程标准, 通过分析大学数学学习中学生中学数学基础知识需求进行分析, 针对相应知识点给出教学设计思路, 并总结出了中数学拓展知识教学模式实施的方案。

3.1 研究高等数学教材, 逐渐教学团队, 选取知识拓展主题

为了使得知识拓展教学, 达到衔接大中学数学学习的目的, 对大学数学学习内容中引起学习困难的知识点进行分析探讨, 遴选出反三角函数、特征值法求数列通项公式、高阶等差数列的应用推广、高次因式分解、二项式应用、 n 次方差公式及其应用等五个拓展主题。依托数学学科教研组团队, 引进高校教师参与, 对拓展主题进行教学设计, 组件教学研究稳定团队, 紧跟学生未

来学习需求和高中课改动态, 创建有效、长效教学机制。切实保证以学生发展目的活动初心, 在不增加负担的同时, 为学生未来学习发展增加竞争力, 提高团队教学效果和教研能力。

3.2 反三角函数拓展主题教学设计思路

反三角函数在新高考中已经不再涉及, 因此高中教学基本不在讲授相关知识, 但是在高等数学中, 反三角函数作为六类基本初等函数中的一类, 在微积分教学中具有重要的地位。本主题主要介绍反三角函数的定义、与三角函数的关系、反三角函数的图像; 强调反三角函数的定义域与值域; 给出反三角函数单调性奇偶性的讨论; 指明 $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$ 两个恒等式并启发学生进行思考。本知识点大概需要一个课时的讲解时间, 应安排在三角函数教学后进行拓展, 要充分利用函数图像引导学生发现相关性结论, 再拓展新知识的同时, 回顾函数与反函数的关系及奇偶函数的研究方法, 巩固加深学生对旧知识的理解。

3.3 数列相关知识拓展主题教学策略。

数列作为高考重要知识点, 在高中正常授课阶段得到了强化锻炼, 但作为高等数学学习而言, 高中数列知识储备并不能满足未来学习要求, 例如, 在高等数学数列极限讨论中会涉及一些更加复杂的数列求通项、数列求和技巧等问题。该主题重点介绍, 具有线性递推关系的数列通项公式的求法, 讲清楚线性递推关系的概念, 让学生掌握对应特征方程的确定方法, 并给出已知特征方程根的情形下数列通项公式的写法。同时还要介绍高阶等差数列的概念及其性质, 例如: p 阶等差数列的通项公式 a_n 为 n 的 p 次多项式, 数列 a_n 的前 n 项和为 $p+1$ 次多项式, 并且由此让学生掌握待定系数法求特殊数列通项公式和前 n 项和的方法, 并让学生感受若 $f(n)$ 是 n 的 k 次多项式, 则 $f(n) - f(n-1)$ 为 n 的 $k-1$ 次多项式的规律, 并依据这两个性质给出 $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ 的两种证明方法, 并引导学生思考 $1^k + 2^k + \dots + n^k$ 的求解方法, 再介绍知识的同时, 培养学生数学思维。本主题与课标相关度较高, 可以用来促进学生解决高考题的技能, 同时也为学生今后数列极限、差分方程的学习奠定必备的基础。

3.4 高次因式分解的拓展主题教学思考

高等数学中函数极限求值、无穷小的比较、有理函数不定积分的求值问题中要求学生要熟练掌握因式分解

技能, 但教学过程中发现大部分同学只掌握为一元二次函数的因式分解技能, 对于高次函数因式分解技巧掌握不好, 本主题可以以案例教学方式进行开展, 介绍特解降次因式分解的方法、待定系数降次因式分解法、 n 次差公式 $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ 的灵活应用等内容, 强调平方差公式、立方差公式为 n 次差公式的特例这一事实, 让学生感受知识推广过程, 培养举一反三的学习能力。本部分也可以对一元 n 次方程韦达定理进行讲授, 辅助学生处理高阶因式分解问题。本部分内容与高考中解不等式和因式分解都与关系, 可以在例题设计上借助高考真题进行编辑, 再拓展知识的同时, 也为高考保驾护航。

3.5 二项式及特殊不等式在不等式证明中的应用

二项式是中学排列组合中的重要内容, 除了高考要求以外, 在高等数学极限证明中, 经常需要利用二项式对问题进行放缩变换, 例如, 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ 的证明过程就用到了二项式的不同的放缩形式, 这与中学一般用二项式证明等式的习惯有所不同。本主题应该强调其在不等式证明的应用, 并以此展开不等式相关内容的拓展, 例如, 柯西不等式、排序不等式、均值不等式等。这些不等式的介绍为学生处理高考题中相关问题提供了新的思路, 并且也是学生参加高中数学联赛和奥林匹克数学竞赛必备的知识储备, 是促进学生提高高考竞争力和为学习能力有效方式。本主题的介绍可以进行碎片化分解, 分解到高中数学相关知识点的学习中, 降低学生学习难度, 有利于学生消化吸收。

在国家加强基础科学研究投入和基础人才培养的大背景下, 未来数学的学习不仅关系个人发展的高度, 同时也影响国家整体发展质量的提升。越来越得多的专业开始重视数学能力的培养, 为了解决现在大学数学教学现状, 提升未来社会中坚力量的数学素养, 作为中学数学老师和中学教学主题责无旁贷, 在应对高考考核要求的同时, 关注中学与大学数学学习的跨度鸿沟问题, 构建积极有效的中学知识拓展课程体系, 对学生数学素质的培养和未来学习发展的提高具有重要的意义。

作者简介: 徐燕 (1982.9—), 女, 山东泰安人, 中教二级, 研究方向: 数学教育。

【参考文献】

- [1] 张艳. 大学数学与中学数学教学衔接研究 [J]. 教育现代化, 2020, 7 (52): 190-192.
- [2] 郭栋, 王善勤. 学数学与中学数学教学衔接性问题研究 [J]. 山东农业工程学院学报, 2020, 35 (10): 164-167.
- [3] 罗卫华, 王新民. 高等数学和中学数学知识的衔接性研究 [J]. 高教学刊, 2017 (2): 193-194.