

# “均匀连续性假设”的作用及使用条件

高雪 任红涛\*

(聊城大学 山东聊城 252000)

**【摘要】** 本文展示了“均匀连续性假设”在材料力学中的定义及应用,并通过与各向同性对比,辨析了“均匀连续性假设”的使用条件。

**【关键词】** “均匀连续性假设”; 材料力学; 适用条件

**DOI:** 10.18686/jyfyj.v3i10.58255

材料力学作为工科培养的大类基础课程,其研究材料在不同温度和外力的作用下,所表现出来的力学性能和失效行为过程。为了便于研究,引入了“均匀连续性假设”。虽然在强度设计等过程中很少涉及甚,但其却是扭转、弯曲、压缩、拉伸内容的基础。与“小变形假设”相比,该假设更容易被学生接受,但对其理解和应用范围较模糊。本文首先说明了该假设的内容,并在此基础上分析其内涵与使用条件,利用学生更好的理解和使用该假设。

## 1、“均匀连续性假设”的常见教学内容

“均匀连续性假设”是材料力学中的基本假设,教材开篇部分都会给出其相关内容,但部分教材对其一带而过,甚至通篇都没有给出明确的解释。而在材料力学研究平面桁架杆件内力时会经常使用。

虽然不同教材中对该假设的表述不完全相同,但主要内容是一致的,可以表述为:材料粒子无空隙、均匀的分布于物体所占的空间。其中材料的均匀性是指:在组成材料的空间内,各个不同的点处的材料性质是相同的,如密度等;材料的连续性是指:组成固体的物质会不留空隙的充满了固体的全部体积。

在连续介质的运动规律中,应用了“均匀连续性假设”的内容。连续介质的运动是指连续介质是点的连续集合。根据连续介质的运动定义,其部分含义是指组成连续介质的所有点的运动是已知的。因此,我们需要一些规则来区分组成连续介质的单个的点,在几何观点上这些点是完全相同的。可以用连续介质各点的初始坐标值来区分这些点:来表示点在初始时刻的坐标,而点在任意时刻的坐标可记为。由决定的连续介质的点,其运动规律可以写为:

在上式中,若固定不变,而是变量,则上式给出了连续介质一个特定点的运动规律;若是变量,而固定不变,则上式为连续介质的点在该时刻在空间中的分布;若和都是变量,则上式为确定连续介质的运动公式。

为了加深均匀连续性假设内容的理解,这里选取了几个经典例题进行进一步讨论。

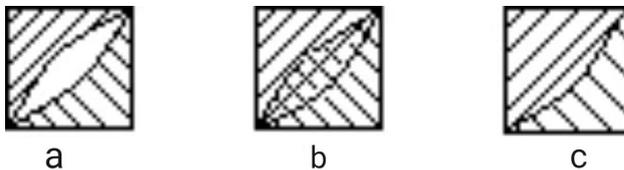
1、根据均匀连续性假设的相关内容,可以认为( )。[北京科技大学 2012 研]

- A. 构件内的变形处处相同
- B. 构件内的位移处处相同
- C. 构件内的应力处处相同
- D. 构件内的弹性模量处处相同

**【答案】** D

**【解析】** 连续性假设中认为组成固体的物质会不留空隙地充满固体的全部体积,均匀性假设是认为在固体内到处都有相同的力学性能。均匀、连续的构件内的各截面成分和组织结构一样,弹性模量也处处相同。

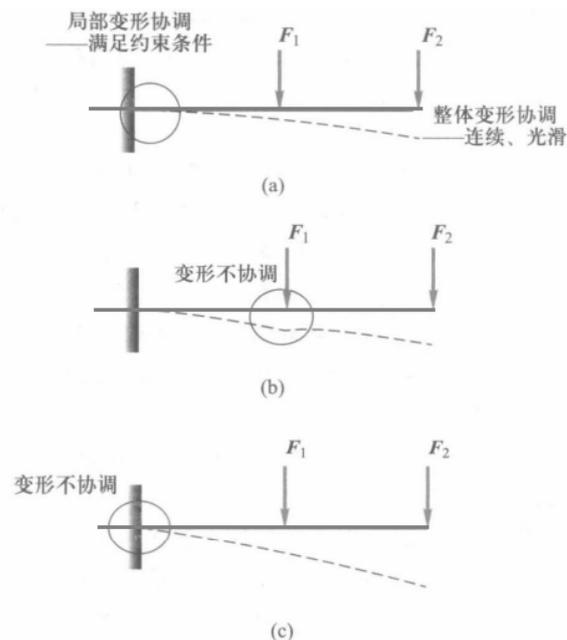
基于均匀连续性假设,变形协调的弹性体在受力后发生变形,在其内部表现为各相邻两部分即不能断开,也不能发生重叠。弹性体内部的受力表面也是在材料均匀连续性假设的基础上发展出来的。



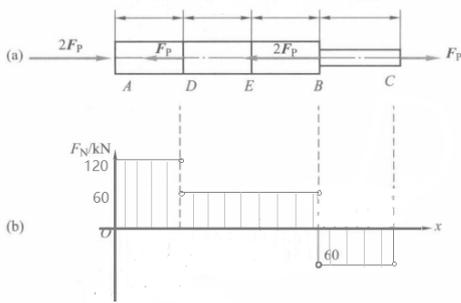
- a 变形后两部分相互分离
- b 变形后两部分相互重叠
- c 变形后两部分协调一致

图示的三种变形状况中, a、b 两种是变形不协调的,因此是不正确的, c 中变形均匀,是正确的。

基于均匀连续性假设,弹性变形体受力、变形后的一大特征是整体和局部的变形都协调。如下图所示一端固定,一端自由的悬臂梁,变形后整体为一均匀连续的光滑曲线,且在固定端处有水平切线,没有折点,故 a 为正确示例, b、c 为错误示例。



基于均匀连续性假设,在分析直杆的受力并绘制轴力图的过程中,受力情况相同的区域的轴力相同,所产生的变形也相同。如下图所示,直杆的受力情况如图示,  $F_p$  的数值为 60kN 时,根据均匀连续性假设,可以绘制的轴力图如图示。



材料力学对变形固体做了哪些假设?

答: 均匀连续性假设, 各向同性假设, 小变形假设。

## 2、“均匀连续性假设”与“各向同性假设”的区别

在材料力学的教学内容中,“各向同性假设”与“均匀连续性假设”通常以相同的形式出现,且出现频率相差不大,学生在学习过程中容易将两者混淆。

首先“各向同性假设”和“连续性假设”在定义上并无关联。材料各向同性是指:在某一点的各个方向上材料性能是相同的(如弹性模量,泊松比,强度,导电性,传热性等等);而材料的均匀性是指:在组成材料的空间内各个不同的点处的材料性质是相同的(如密度等)。

其次两者应用时的情况也是不相同的。如果假定材料是各向同性的,则可以研究其单向力学性能特性及变形响应,进而将其应用于复杂应力状态下各个方向。其中材料的性能不随坐标方向的改变而变化。如果假定材料是均匀的,则可以在研究过程时,取出物体的任意一个小部分讨论,然后将分析结果应用于整个物体,而材料的性能也不会随坐标位置的改变而变化。

另外两者没有必然的联系,即材料如果是均匀的,未必就是个各向同性的,例如木材,一般认为是均匀的,但不是各向同性的;材料是各向同性的也不一定是均匀的。

## 参考文献

- [1] 李敏,李依伦.材料力学中小变形假设辨析.力学与实践,2021.
- [2] 戴泽墩.工程力学基础I:理论力学.北京:理工大学出版社,2011.
- [3] 唐静静,范钦珊.工程力学(静力学和材料力学),第三版.北京:高等教育出版社,第三版,2017.
- [4] 谢多夫.连续介质力学.北京:高等教育出版社,第六版,2007.

	各向同性假设	均匀连续性假设
联系	无必然联系,二者都是材料力学中研究变形固体时为简化模型所做的基本假设	
定义	材料在某一点的各个方向上材料性能是相同的	在组成材料的空间内各个不同的点处的材料性质是相同的
适用情况	测量各个方向的物理性质相同,可以看作空间转动对称性	某种物理特性在空间各点测量结果相同,可以看作平移对称性
图示及解释	 <p>构件在整个几何空间内毫无空隙的充满了相同的物质,其组织结构处处相同,并且是密实、连续的。</p>	 <p>材料在各个方向上的力学性质相同</p>

## 3、小结

与“各向同性假设”相比,“均匀连续性假设”的考试内容较少,但在后续的学习过程中,“均匀连续性假设”作为材料力学的基础假设之一,是后续大部分内容的基础,然而初学者经常把握不准定义,且经常与“各向同性假设”的相关内容相混淆。本文希望通过对“均匀连续性假设”的相关内容和适用情况的分析,能够帮助学生更好的掌握理解该假设。

基金项目:聊城大学博士后启动基金项目号:318052054