

基于人工智能的图像生成模型对数学教学的启示

李春楠¹ 李春艳^{2*}

(1. 第六初级中学 安徽阜南 236300)

(2. 云南民族大学 云南昆明 650500)

【摘要】 信息技术时代,以数据为驱使的人工智能技术渗透到社会的各个领域,数学是人工智能技术得以发展的基础,对其发展起决定作用,而人工智能技术又进一步推动数学学科的应用。为适应社会新时代发展,结合自身数学教学经验,受人工智能图像生成模型的启发,探讨这一机器学习方法对传统中学数学函数图像教学模式的改革,培养学生创造思维,提升学生创新能力,增加数学课程教学的趣味性和高效性。从而,促进人工智能技术真正落地使用,人工智能就在每位学生身边、在生动活泼的数学教学课堂。

【关键词】 人工智能; 数学教学; 机器学习; 生成模型; 图像

DOI: 10.18686/jyfzj.v3i12.68283

1、问题提出

中学数学课程中信息化技术应用是信息技术变革传统教育的学科实践,是教育现代化的重要保障,成为适应时代和提升教学质量的重要举措^[1-2]。2016年AlphaGO引发人工智能(AI)热潮,以人工智能为中心的教育信息化指导和引领数学教学模式改革,体现国家意志,顺应时代发展的要求。人工智能包括人工和智能两层含义,人工的含义是非自然存在的,而是按照自然存在的某种事物所创造的;智能的定义是使用记忆、知识、学习、理解、推理来解决问题或适应新环境的能力。伴随海量数据的出现和易获取性,人工智能技术已渗透到社会各个领域,如无人驾驶、智慧医疗、智能交通和医学、新药研发等。人工智能迎来一场科技革命,而以机器学习为主的深度神经网络则引爆了这场人工智能革命,机器学习包括深度学习的发展得益于应用数学、基础数学的支撑,如概率论、线性代数、常微分方程、信息论等,并从这些学科中汲取更多灵感^[3-4]。

基于人工智能的图像生成模型可以从现有数据集生成新图像,图像生成模型,如VAE、GAN,是伴随着人工智能的兴起而迅速发展起来,很多APP上实现的自动换脸、化妆等效果就是图像生成模型实现出来的。众所周知,中学数学教学中函数图像是整体教学任务的重点和难点,传统的计算机辅助中学数学函数图像的教学^[5]采用的步骤是:首先,通过描点法让学生掌握函数图像的做法;其次,通过所作的图像了解函数特征或属性;最后,利用计算机和投影仪以及相关数学软件,通过输入不同的函数系数生成不同的函数图像。那么,这种传统的计算机辅助数学函数图像生成和本文提出的基于人工智能的生成模型而生成的数学图像有什么不同呢?第一:前者需要输入一组函数系数,然后计算机生成一个函数图像,再输入一组,再生成另一个函数图像,从生成的不同函数图像不容易发现函数系数的关系和规律;后者则不需要手动输入任何系数,模型自动学习数据集的分布,从低维图像潜在表示空间中进行采样,通过生成器映射成为一张逼真的图像。第二:前者需要借助数学软件,后者则不需要任何的第三方软件辅助。第三:前者每次输入系数之后只能生成一个函数图像,这并不能减轻使用粉笔在黑板作图的工作量,甚至效果并不令人满意;而后者则可以在一潜在的向量空间中连续变换采样点而生成一系列不同的函数图像,方便观察、对比、推理,减少了数学教学中的枯燥感、增加了趣味性,更重要的是使学生更好地掌握了函数图像的变换规律。与数学关系最密切的是各种函数图像,如抛物线、双曲线、圆、球等,基于人工智能的图像生成模型可以促进数学教学改革,培养学生独立思考和创新思维,在中学数学

教学中占有举足轻重的地位,所以此项研究具有一定的现实意义和应用前景。

下面主要介绍如何设计基于人工智能的图片生成模型、如何由此产生对数学教学的启示以及下一步如何应用和推广此模型在实际的数学教学中,并给出分析和建议总结。

2、研究设计

变分自编码器(Variational Auto-Encoder, VAE)^[6]是人工智能领域中基于深度学习的一个成熟的生成模型,目前有很多应用领域,如计算机视觉中的图像生成,用在了美图秀秀、美颜和自动化妆;自然语言处理中的句子翻译甚至篇章生成以及人机对话;生物医药中的新药研发等。本文基于VAE的图像生成模型,目的在于用在初中数学教学的函数图像的教学改革中。

2.1 基于VAE的图像生成模型

基于人工智能方法的机器学习模型都离不开数据,这些模型总是Data-Hungry,需要大量的标注数据来训练模型。大数据与人工智能相伴而生,促使了人工智能技术的发展,基于VAE的图像生成始于大量的训练数据,经过数据的预处理,然后批量送进编码器进行学习,让计算机学习这批数据的潜在分布,并把其表征为矢量形式,从潜在分布空间进行采样,这往往采用重参数技巧并限制其满足标准正太分布,再经过解码器或者生成器进行解码,最终生成各种类型的图像。以MNIST数据集为例,MNIST是美国国家标准与技术研究院收集整理的大型手写数字数据库,由来自250个不同人手写的数字(0到9)构成,包括60K训练集以及10K测试集,MNIST是公开数据集,每个手写数字都是一个28*28的图片。VAE的工作原理简单介绍如下,首先用 X 表示一批数据样本 $\{X_1, \dots, X_n\}$,由于 $\{X_1, \dots, X_n\}$ 之外还有其他可能的 X 存在,所以 X 的分布 $p(X)$ 很难直接计算,于是可通过 $p(X) = \sum_Z p(X|Z)p(Z)$ 间接计算 $p(X)$ 。其中 Z 是隐变量,先验分布 $p(Z)$ 是关于 Z 的隐变量表达, $p(X|Z)$ 就描述了一个由条件 Z 来生成的 X 模型。VAE中编码器是以 φ 为参数的变分后验 $q_\varphi(Z|X)$,解码器用以参数为 θ 的似然函数 $p_\theta(X|Z)$ 来定义,VAE是一深度学习模型,训练时的loss函数由重建损失 \mathcal{L}_{recon} 和KL散度 \mathcal{L}_{KL} 两部分组成,所以总体的损失 $\mathcal{L}(X; \varphi, \theta)$ 定义为:

$$\mathcal{L}(X; \varphi, \theta) = \mathcal{L}_{recon} + \mathcal{L}_{KL} = \mathbb{E}_{q_\varphi(Z|X)} [-\log p_\theta(X|Z)] + KL[q_\varphi(Z|X) || p(Z)],$$

其中 \mathbb{E} 是数学期望, $-\log p_\theta(X|Z)$ 是负对数似然, $p(Z)$ 是标准

正态分布。进一步, KL 散度可以表示为:

$$KL[q_{\phi}(Z|X) \parallel p(Z)] = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{\dim(Z)} \{\mu_{(t)}^2(x) + \sigma_{(t)}^2(x) - \log \sigma_{(t)}^2(x) - 1\},$$

$\dim(Z)$ 表示隐变量 Z 的维度, $\mu_{(t)}$ 和 $\sigma_{(t)}$ 分别表示一般正太分布的均值向量和方差向量的第 t 个分量。感兴趣的读者可以阅读文献^[6]。在展示基于VAE深度学习模型的图像生成结果时, 首先为了方便观察, 把隐变量空间降维到两个维度, 从而展示了隐变量的两个维度变化是如何影响生成模型输出结果的, 从隐空间中连续采样不同的点, 结果生成不同数字的图片, 若在神经网络出现过拟合之前加大模型训练时间, 则可获得更清晰度的生成图片。在可视化隐变量空间分布时, 不同的图像类别聚集在了一起, 说明深度学习模型学到了训练集的数据分布, 表明模型已经学会了如何学习。

2.2 图像生成模型对数学教学的启示

人工智能有强大的图像生成能力, 而中学数学教学中离不开函数图像, 是否可以把人工智能的图像生成应用在数学函数图像教学中、促进传统数学教学模式改革。人工智能辅助数学函数图像教学, 可以改变传统教学模式, 减轻教师授课的工作量, 提高教学效率, 丰富课堂教学, 增加教学的生动性和趣味性, 调动学生积极思考、培养其创新思维, 进而达到比较好的教学效果。

根据九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲, 初中数学教学目的是: 使学生掌握所必需的代数、几何的基础知识与基本技能, 进一步培养运算能力, 发展思维能力和空间观念, 使他们能够运用所学知识和方法解决简单的现实问题, 并逐步形成数学创新思维、提高分析推理能力。这里的基本技能是指按照一定的规则和步骤进行运算、画图以及简单推理的技能; 空间观念是指空间想象能力、能够由简单的实物想象出几何图形, 再由几何图形还原为实物形状, 能够找出有关图形之间的关系, 并画出图形。由此可见, 在初中数学教学中, 数学函数图像占据很重要的地位, 主要包括一次函数、反比例函数、二次函数、也包括直线、圆以及各种三角函数等。以二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 为例, 其图像是一条抛物线, 二次函数的表达式有三种形式: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)、 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 和 $y = a(x-x_1)(x-x_2)$ ($a \neq 0$), 三种形式反映二次函数的不同方面, 需要学生掌握不同表达形式的抛物线画法, 理解抛物线开口方向是二次函数的二次项系数的正负决定, 开口的大小是由二次项系数的绝对值大小决定, 而最终抛物线在坐标系中的位置由二次函数的三个系数唯一确定。在数学传统教学中, 根据描点法作出二次函数图像, 观察函数图像、了解图像特点, 然后再使用描点法作出其它函数图像, 并与之前的图像进行对比, 得出规律、掌握其本质。这个教学过程虽然锻炼了学生的画图能力, 加深知识点的理解, 但整个过程费时费力, 特别是重复地使用描点法作出不同的图像, 效率低, 教学效果不明显, 使学生在有限的课堂时间内很难掌握函数系数与其图像之间的关系, 同时趣味性降低, 使学生感觉枯燥无味。然而, 基于人工智能的深度生成模型在大数据背景下有广阔的发展前景, 充分发挥人工智能在图像生成和优化计算方面的优势, 应用在数学教学中, 能够改革传统的数学教学、改进和弥补其教学中的缺陷, 更好地贯彻启发式教学、培养学生创新能力, 充分调动学生学习的积极性和主动性, 增加趣味性, 加强课堂互动, 从而提高教学质量。

2.3 生成模型在数学教学中的研究方法

基于人工智能的图像生成模型如何落地于中学数学教学中, 真正推动教学改革、提高教学质量、培养学生创新思维以及解决和推理问题的能力, 本文提出在初中数学教学中, 要把把握好“四个一”。

2.3.1 用好一种工具——基于人工智能的深度生成模型

在理解VAE图像生成模型的基础上, 使生成的图像为中学

数学教学中的各种函数图像, 启发学生研究各种函数的特征和性质、明白函数研究的方法, 通过深度生成模型工具, 让学生更好地体现不同函数关系式不同特征以及不同函数表达式系数所带来的函数图形的变化, 分析原因, 总结规律。以上基于一种好的工具——基于人工智能的深度生成模型, 它是一种工具、一个平台、一个与用户可友好交互的人工智能应用, 通过这种工具, 可以展示不同函数的不同特征以及差异分析, 通过选择某一函数类型, 该工具可以动态显示随函数系数变化的一系列函数图像, 单击某个函数图像, 则显示与此函数相关的所有性质。基于此平台, 进一步可开发一些功能模块, 如语音识别, 通过识别语音展示某些功能, 通过UI界面交互, 可自定义用户功能模块、达到个性化定制的目的等。

2.3.2 培养一种思想——数形结合的思想

初中数学学习阶段有许多函数图像的的教学内容, 图像的描述方式可以让学生更清楚地理解数学知识^[7]。数形结合方法是初中数学中最根本的教学方法, 其把抽象的数和具体直观的图形密切结合, 将判断推理的抽象思维与直观形象的形象思维有机结合, 使得学生能够通过形象思维来学习和理解抽象思维。在数学教学过程中如何使学生使用数形结合的思想方法解决问题就显得尤为重要, 而在数学教学中使用基于人工智能的图像生成, 则是体现数形结合思想的应用所在; 此外, 教师需要让学生认识到图形在解决实际数学问题中的重要性, 数学教学离不开图形和函数图像, 借助于数形思想, 学生在课堂上可以学到更多的知识, 教学效果显著提升, 教学质量得以提高。

2.3.3 促进一种学习——发现式学习

数学是一门“思维的科学”, 需要注重数学逻辑和创新思维的培养, 要让学生学会如何学习以及提高学生发现学习的能力, 学生的发现式学习和教师的深度教学相辅相成^[8], 学生发现式学习是教师深度教学的重要目标, 教师深度教学是学生发现式学习的必备条件、是数学教育的内在要求。发现式学习是在理解学习的基础上, 充分调动学生的积极性, 培养创造性思维, 能够创新地学习新的思想和知识, 并将新知识应用在日常学习和生活中, 做出推理决策和解决问题的学习^[8-9]。培养学生的发现式学习能力是数学教学的根本目标。

2.3.4 形成一种文化——数学课堂文化

广义上文化是指人类社会在发展过程中所创造的物质财富和精神财富的总和, 数学作为一种文化现象, 是传播人类思想的一种基本途径^[10], 数学文化聚焦到数学教学课堂, 便形成了数学课堂文化。这里的数学课堂文化融入了数学文化和人工智能领域的计算机文化, 是考察数学与计算机文化及其它文化的相互关系, 是人工智能与数学学科的交叉。丰富数学课堂文化、让这种课堂文化的思想和方法应用到具体的课程和教学上, 提高学生的数学素养和自主学习能力。

3、建议与结论

基于人工智能技术的数学教学改革, 是数学教学改革的新兴方向, 符合国家的方针政策, 以国家发展人工智能的重大战略需求为中心, 深化人工智能内涵, 促进多学科交叉和融合, 人工智能将对未来社会和人类生活产生深刻的影响。本文的主要贡献是把人工智能技术应用到数学教学改革中, 详细阐述了人工智能领域的VAE深度生成模型对数学教学的启示, 并指出了具体交叉融合的研究方法, 在中学数学教学中实属首次; 本文的创新之处是提出将人工智能技术与数学教学深度融合的方法以促进数学教学改革, 其需要一个发展过程, 未来将继续这一方向的研究, 促进学科交叉、把人工智能技术应用在教学改革方面、尤其在数学教学改革中, 希望取得实质性的突破。同时, 这一教学改革方向给数学教师提出了新的挑战, 教

师除了具备教学技能之外,还必须能够熟练操作计算机,具备人工智能的基本常识。此外,在今后的数学教学活动中,教师应尽可能地多给学生提供积极的、丰富的数学学习体验,与信息化技术、人工智能相融合,促进学生科技创新能力的培养和数学素养的提高,不断提升学生的综合竞争力。

从基于人工智能的图像生成模型,得到对数学教学的启示,进一步探讨了人工智能的生成模型在数学教学中的研究方法,必须把握好“四个一”,即用好一种工具、培养一种思想、促进一种学习和形成一种文化,四个部分环环相扣,形成一个统

一整体。提出以数据为载体的人工智能技术应用到中学数学教学中,促进传统教学改革,培养学生“发现式学习”,提高数学核心素养,加深学生对数学思想方法的灵活运用理解。以人工智能为中心的教育信息化促进数学教学模式改革,成为提升教学质量、达到理想教学效果的重要举措。

基金项目:由云南省教育厅科学研究基金项目(项目编号:2022J0450)支持。

参考文献

- [1] 何克抗.21世纪以来的新兴信息技术对教育深化改革的重大影响[J].电化教育研究,2019(3):5-12.
- [2] 蒋培杰,牛伟强,熊斌.国内信息技术与数学教学融合研究述评[J].数学教育学报,2020,29(4):96-102.
- [3] 吴军.智能时代——大数据与智能革命重新定义未来[M].北京:中信出版社,2019.
- [4] Sejnowski T.深度学习——智能时代的核心驱动力量[M].姜悦兵,译.北京:中信出版社,2019.
- [5] 杨泽忠.论计算机辅助中学数学函数图像的教学[J].电化教育研究,2002(9):70-73.
- [6] Kingma D.P.;Welling M.Auto-Encoding Variational Bayes[J].2013,arXiv:1312.6114.
- [7] 李峰云.数形结合思想在初中数学教学中的渗透分析[J].教育革新,2020(8):24.
- [8] 郑毓信.“数学深度教学”的理论与实践[J].数学教育学报,2019,28(5):24-32.
- [9] 朱先东.指向深度学习的数学整体性教学设计[J].数学教育学报,2019,28(5):33-36.
- [10] 田枫.交互视域下数学课堂文化的价值与理念[J].数学教育学报,2020,29(3):75-78.