

HPM理论下的“重要极限公式”思政教学设计

曾 娇 刘 敏 刘 艺

宜宾学院 数理学院, 中国·四川 宜宾 644000

【摘要】“高等数学”是大学理工科类一门重要的基础课程, 高等数学课堂是高校育人的重要载体, 课程思政是每门课程的新要求, 深挖高等数学课程的思政元素具有重要意义。将思政元素有机融入高等数学课程教学设计, 在教授数学知识的同时, 提高学生的数学能力, 培养学生的科学素养与人文素养, 以“思”促学、以“文”化人。同时, HPM教学理论是重要教学理论之一, 将数学史融入数学教学具有较好的教学效果。以“第二个重要极限公式”为例, 基于HPM教学理论, 引入数学家雅可比伯努力、欧拉对第二个重要极限公式的研究成就, 同时在该节内容融入课程思政元素, 完成教学设计。

【关键词】课程思政; HPM教学理论; 第二个重要极限公式; 自然底数 e

【基金项目】数学师范生“五育”育人体系的建构与实践(409-JGQ202319)。

基于社会发展的新形势和新挑战, 以及高等教育使命和培养目标的转变, 课程思政是中国高等教育体系中一种重要的教育教学模式, 它旨在培养学生的思想道德素养和社会责任感, 并将思想道德教育融入各门学科的教学。高等数学能够处理变量之间的关系, 反映事物的本质, 在金融、医学、计算机科学等领域, 高等数学都发挥着重要作用。掌握高等数学的思想和方法, 对于解决实际问题具有重要意义^[1]。然而, 高等数学具有内容抽象、逻辑严密、较高的计算技巧性等特点, 并且该课程的学习方式与中学数学的学习方式差异大, 以及学生的思维方式和学习习惯不适应, 导致学生学习该课程面临许多困难。在大学数学的课程教学中运用HPM, 开阔学生的视野, 领会数学本质^[2]。课程思政是把“培养什么人、怎么培养人、为谁培养人”融入专业课程, 突出育人, 做到教书和育人相结合、知识传授、能力培养和思想引领相结合^[3]。因此, 本文应用HPM教学理论, 有机融入思政元素, 使学生更好地理解数学, 激发学生学习数学的兴趣, 培养学生的人文素养。

1 理论基础

1.1 课程思政

课程思政指以构建全员、全程、全课程育人格局的形式将各类课程与思想政治理论课同向同行, 形成协同效应, 把“立德树人”作为教育的根本任务的一种综合教育理念^[4]。课程思政的建设中要做到课程门门有思政, 教师人人讲育人, 所有课堂都是育人主渠道, 所有课程都要“守好一段渠, 种好责任田”。课程思政建设是一项系统的工程, 其关键在于教师, 加强教师队伍建设是课程思政的第一要务^[5]。强化实践教育中的课程思政^[6]是当前每位教师应该思考的重要事项。

高等数学可以从极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程等内容中挖掘课程思政元素, 如“极限与连续”中增强静态与动态, 有限到无限, 量变与质变等辩证关系的理解, 培养学生的辩证唯物主义世界观^[7]; “导数与微分”用动态视角去观察、分析、研究, 逐步去接近、认识、把握事物变化规律, 培养学生严谨客观的科学态度; “微元法”将大而复杂的问题化为小而简单的问题加以解决, 让“化整为零、化曲为直”的数学思想融入到学生的生活实践中^[8], 培养勇于探索、精益求精的科学精神。

1.2 HPM教学理论

“HPM”即“History and Pedagogy of Mathematics”, HPM理论使数学教学处于HPM的视角下, 搭建起了沟通数学与人文、历史与现实之间的桥梁^[9]。《高等数学》课程的绝大部分知识内容在19世纪以前就已经建立起来, 因此它的历史文化内涵是极为丰富的, 然而教材很少呈现出知识的形成过程和文化背景。在数学悖论、数学家的故事、学生在理解上容易产生困难的重要知识点、蕴含重要数学思想方法等教学内容中融入HPM的思想方法进行教学^[1], 可以让学生意识到数学史中蕴藏着丰富的文化养料, 不但可以提升他们的文化修养, 也可以解决自己在数学学习过程中的理解和认知障碍, 必将对其今后的数学学习产生积极的影响。

2 HPM理论下的“第二个重要极限公式”思政教学设计

思政元素贯穿“第二个重要极限公式”教学设计始末。通过校园信用网贷问题, 引入本节课研究的问题; 在解决问题的同时, 融入诚信意识元素; 在探索新知阶段, 应用HPM教学理论, 介绍雅可比伯努力、欧拉对第二个重要极限

公式的研究及相关成就, 弘扬严谨的科研态度与坚韧的科研精神; 在最后应用拓展于我国伟大工程, 从而激发学生的家国情怀与科技报国志向。

2.1 教学内容分析

第二个重要极限公式是高等数学上册第一章第三节的内容, 教学大纲的要求是熟练掌握第二个重要极限公式并能灵活应用求极限。本节内容的学习, 既是对中学所学自然底数 e 的认识有了新的深层次认识, 又是对后续求复杂极限的铺垫, 并且在国防、医疗、科技等中的应用十分广泛, 所以本节的教学内容与育人内容都非常重要。

本门课程选用张天德主编的《高等数学》^[10] (慕课版) 教材, 教材内容翔实, 且本书根据高等学校非数学类专业“高等数学”课程的教学要求和教学大纲编写, 内容体现了新工科理念与国际化的深度融合。主要内容包括函数、极限与连续, 导数与微分, 微分中值定理与导数的应用, 不定积分, 定积分及其应用, 常微分方程。每章最后有对应知识的MATLAB程序实例和核心知识点的思维导图, 并配有课程思政内容。本书还有一大特点就是线上资源丰富, 方便师生教学、学习。

2.2 学生情况分析

在本节课前, 学生学习了极限的概念、极限四则运算法则、第一个重要极限公式等基本内容, 能求解 $\frac{0}{0}$ 、 $\frac{\infty}{\infty}$ 简单的分式型未定式极限。第二个重要极限主要是研究 1^∞ 的幂指函数极限, 这个知识点的难度不仅在于这个公式的本式, 而且可变形式多样。并且针对大一理工科新生, 对知识渴望且有一定的学习能力, 但能力不够完全自学, 所以, 采取预习自学式加课堂讲授式, 在课堂中实现突出重点、突破难点。大部分学生对“高等数学兴趣低且畏难情绪重, 将有关的数学文化和数学家故事、成就引入课堂, 提高学生的兴趣。

2.3 教学目标与重难点分析

知识目标: 能记忆、理解、并且能应用第二个重要极限。

能力目标: 提升学生学习能力、类比迁移能力。

素质目标: 诚信意识、家国情怀、个人品质。

教学重点: 能记忆并灵活运用第二个重要极限公式、植入诚信意识、家国情怀。

教学难点: 需变形转化为 1^∞ 其它型。

2.4 教学过程设计

第一阶段: 预习任务

推送预习材料和发布预习任务。要求学生绘制函数

$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 的大致图象并观察其变化趋势。学生自主学习教师推送资料, 将函数 $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 的大致图象绘制出来, 通过小组合作, 完成解决相应的问题并上传雨课堂。

设计意图: 引导学生主动探索, 提升学生动手能力。培养学生求真精神与探索精神。

第二阶段: 课题引入 (5min)

通过校园信用贷款问题, 引出探索的 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 形式, 猜想: 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 的变化趋势。学生根据老师提出的问题, 分析问题的等量关系, 建立数学模型, 并得出需要探索的 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 形式。

设计意图: 构建数学模型, 培养数学建模思想, 植入诚信意识。

第三阶段: 探索新知 (5min)

从离散角度: 用EXCEL表格对比 $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 数据变化趋势。

从连续角度: 几何画板作图直观反映, 利用软件, 演示当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 对应数值的变化; 再演示 $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 图象。学生观察当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 对应数值的变化; 其次, 再观察 $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 图象, 观察图象的变化趋势。

设计意图: 加深学生对公式的理解, 实现知识点的自然生成。培养学生严谨的科研态度与科学认知意识。

第四阶段: 数学文化背景 (3min)

介绍数学家雅可比伯努力、欧拉对第二个重要极限公式的研究成就。学生认真跟着教师了解两位数学家的成就以及数学家发现重要极限的过程。了解这一段数学史的发展, 感受浓厚的数学历史文化。

设计意图: 引入数学史, 培养科学意识, 塑造学生正确三观, 良好个性品质。

第五阶段: 新知讲解 (17min)

得出 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, e 的大小范围以及它是个无理数, 是第一个用极限来表示的数。根据雨课堂反馈预习结果, 有侧重的讲解第二个重要极限公式, 并强调公式的变形, 以及在应用时需要注意的问题。学生理解记忆 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$; 注意公式的变形以及着重注意应用时的问题并做好笔记, 进行梳理整理。

设计意图: 前后呼应, 解决引例问题。强化转化数学思想。

第六阶段：案例分析（12min）

给出例题，带领学生共同分析例题，根据公式及其等价形式，引导学生观察并得出公式特征，总结出解题关键。学生认真思考教师提出问题，跟着解题思路，归纳总结解题步骤，注意解题关键。

设计意图：鼓励学生克服困难、培养学生的解决问题能力。

第七阶段：知识小结（2min）

带领学生归纳：（1）公式的意义（2）公式推广形式与解题的关键（3）公式的转化与应用。学生跟着教师思路回顾本节课内容，理清本节课的重点、难点，主动与教师一起小结。

设计意图：培养学生的善于归纳总结的能力。

第八阶段：课后作业

基础题（课后习题），提升题（历年考研题），拓展应用题（生活应用题），学生基础题、提升题必做，拓展应用题选做。完成后将作业上传雨课堂。

设计意图：培养学生应用数学的能力，养成良好学习习惯。

第九阶段：应用拓展（1min）

介绍第二重要极限在：西电东输高架桥的悬链线、悬链线拱桥、热带低气压、旋涡星系等中的应用。学生感受数学知识在祖国建设中的应用。

设计意图：努力奋斗，科技报国，厚植家国情怀。

2.5 教学反思

将生活问题抽象成数学模型，植入诚信育人思想；引导学生利用几何画板软件对 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 进行探索，使得 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ 自然生成，加深学生对第二个重要极限理解；其次，介绍数学家伯努利、欧拉对第二个重要极限研究的历史背景，将课堂沉浸在浓厚的数学氛围中；再通过公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ 的讲解与经典例题分析，带领学生归纳总结解题步骤，强化 1^∞ 知识结构，使其掌握知识点并能灵活运用，增加师生互动；

最后讲解生活中的 e ，让学生感受数学的魅力，同时利用伟大祖国工程，引发学生的民族自豪感与爱国情怀。存在问题及改进措施：本节微课是通过校园网贷引入，目的有二：一是引出 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 公式结构，二是从反面植入育人思想，拒绝网贷。若能再追加一个引例，依然能引出 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

结构，再从正面植入育人思想，更能体现 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 的广泛应用，加强育人效果。教学的进步需要持续的努力，在今后的教学中，将不断根据学生实际情况而改进教学设计，力争更好的教学效果。

3 结语

“第二个重要极限公式”是高等数学课程重要的一节内容，在HPM理论下设计“第二个重要极限公式”的思政教学设计，不仅将本课题的知识点传授给学生，更是在学生学习过程中，培养学生的数学运算、逻辑推理能力等数学能力与素养，塑造学生诚信意识、家国情怀等个人品质。

参考文献：

[1] 周小燕, 胡丰华. HPM视角下的高等数学教学[J]. 浙江科技学院学报, 2012, 24(01): 64-68.

[2] 蔡奇嵘. 大学数学课程中的HPM教学探索[J]. 牡丹江教育学院学报, 2021(12): 63-64.

[3] 彭仁华, 万亚利. HPM理论下高等数学课程思政教学设计——以数列的极限为例[J]. 科学咨询(教育科研), 2024(05): 166-170.

[4] 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调: 把思想政治工作贯穿教育教学全过程开创我国高等教育事业发展新局面[N]. 人民日报, 2016-12-9(1).

[5] 顾燕, 严亚强. 高等数学课程思政建设与实践[J]. 大学教育, 2023(24): 89-92.

[6] 马兴栋, 张雪, 马晓旭, 等. 新农科背景下农业保险课程思政教学探讨[J]. 智慧农业导刊, 2024, 4(20): 148-151.

[7] 郑洁. 以爱国主义深情开启高等数学第一课——以“数列的极限”为例开展思政教学[J]. 创新教育研究, 2023, 11(4): 860-866.

[8] 王华. 从常量数学到变量数学——从微积分思想获得的启示[J]. 数学学习与研究, 2015(05): 17-18+20.

[9] 王佩, 赵思林. 中学数学教学设计案例[M]. 成都: 四川大学出版社, 2021: 1-2.

[10] 张天德, 王玮. 高等数学[M]. 人民邮电出版社, 2022: 28-29.

作者简介：

曾娇（1991—），女，四川隆昌人，硕士研究生，讲师，研究方向：偏微分方程。

通讯作者：

刘敏（1974—），女，四川泸州人，硕士研究生，教授，研究方向：非线性泛函分析。