

基于0-1优化模型生产过程中决策方案的研究

马金晶 钱兰美 金秋阳 林永程^{通讯}

南通理工学院, 中国·江苏 南通 226001

【摘要】本文聚焦于生产流程中的决策优化问题,特别是针对成品不合格率提出的策略性解决方案。首先,基于生产实际与需求,我们引入四个0-1变量,构建成本函数与收入函数(含市场销售收入及不合格品拆解的隐性期望收入),进而建立旨在利润最大化的0-1优化模型。运用枚举法解析六种情境,确立不合格品拆解决策指标 Δ 与调换损失判别指标 δ ,依据 Δ 的正负及 $\delta < 1$ 的条件,验证并优化决策方案。其次,针对包含多道工序与零配件的复杂生产环境,我们通过对比半成品检测前后的成品检测成本,推导出不进行半成品检测的结论。随后,改进 Δ 指标计算公式,强化不合格品必须拆解的决策逻辑。最终,结合检测成本与最大调换损失的对比分析,确定仅需对成品实施检测的策略。本研究通过精细化建模与实证分析,为企业在面对成品不合格问题时提供了科学的决策依据,旨在优化资源配置、提升生产效率,并最终实现经济效益的最大化。

【关键词】模型生产; 模型建立; 零配件; 解决方案

【基金项目】2023年度南通理工学院科研项目(2022XK(Z)18);南通市社会民生科技计划项目(MS2023061);江苏省高校基础科学(自然科学)基金面上项目(23KJD520010)

1 问题描述

1.1 问题背景

生产过程中的决策是通过科学合理的决策制定和实施,企业可以优化资源配置、提高生产效率、降低生产成本、提升产品质量,实现经济效益最大化的重要手段之一,从而在激烈的市场竞争中立于不败之地。由于生产过程中会造成成品不合格,如何根据生产的实际情况与需求合理地设置决策方案是企业需要面临的一个实际课题。

本研究从两种情况解决:

(1) 对于给出的各种情况做出以下决策并提供依据:是否对零部件与成品进行检测,对不合格品是否进行拆解。

(2) 在 m 道工序和 n 个零配件,已知零配件、半成品和成品的各项指标数据的情况下,给出决策方案并提供依据。

1.2 数据来源

本研究依托全国大学生数学建模竞赛^[1]提供的相关数据:

表1.1 企业在生产中遇到的情况

零配件	次品率	购买单价	检测成本	半成品	次品率	装配成本	检测成本	拆解成本
1	10%	2	1	1	10%	8	4	6
2	10%	8	1	2	10%	8	4	6
3	10%	12	2	3	10%	8	4	6
4	10%	2	1					
5	10%	8	1	成品	10%	8	6	10
6	10%	12	2					
7	10%	8	1		市场售价		调换损失	
8	10%	12	2	成品	200		40	

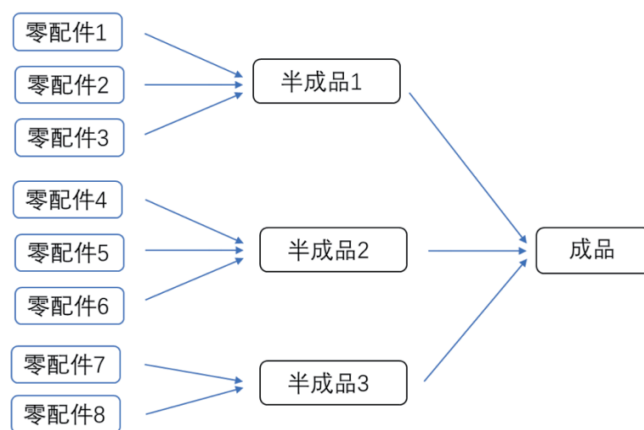


图1.1 两道工序、8个零配件的组装情况

2 问题分析

2.1 情况1问题分析

该企业的生产过程共有四个阶段,每个阶段都面临对应的决策。

对于第一阶段,即对零配件是否检测。如果检测,则会增加零件检测成本。

对于第二阶段,即对成品是否检测。如果检测,则会增加成品检测成本。注意到即使零配件均为合格品,组装的成品也存在不合格的可能性。因此实际计算该阶段装配成本和检测成本,不但要考虑成品自身的检测成本,还要考虑零件是否

合格, 以及合格零配件装配所产生的次品率。

对于第三阶段, 即对不合格产品是否拆解。如果拆解, 则需要考虑拆解成本。至于拆解后的零配件是否合格, 需要分情况讨论。

对于第四阶段, 用户购买的不合格产品必须无条件调换。用户发现购买的是不合格品的原因在于第三阶段没有对成品进行检测。

以上四个阶段均需要做出决策, 决策的目标应当是利润最大。利润是一件产品的利润还是一片产品的利润是需要考虑的。为方便起见, 我们以一个零配件1和零配件2为基准来计算各个阶段成本, 计算变量, 据此计算利润。

此外决策和变量如前面分析是否检测、是否拆解可知为0-1变量^[2]。由此可见, 该问题为0-1非线性^[3]优化问题, 由于无其他约束条件, 只能使用枚举法求解。

2.2 情况2问题分析

为两道工序、8个零配件的组装, 相比于情况1一道工序、2个零配件的组装更为复杂。基于此, 我们不采用情况1引入决策变量、分阶段计算成本函数、计算拆解隐性收入而建立0-1优化模型解决问题的方法。而是依据情况1优化模型求解结果分析形成的两个指标, 分别考虑是否对不合格产品进行拆解, 是否对零配件、半成品、成品进行检测。

3 模型的建立与求解

3.1 情况1: 0-1非线性优化决策方案

3.1.1 变量设置

零配件1是否检测, 有0-1决策变量:

$$x_1 = \begin{cases} 1, & \text{零件 1 检测} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

零配件2是否检测, 有0-1决策变量:

$$x_2 = \begin{cases} 1, & \text{零件 2 检测} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

成品是否检测, 有0-1决策变量:

$$z = \begin{cases} 1, & \text{成品检测} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (3)$$

不合格产品是否拆解, 有0-1决策变量:

$$u = \begin{cases} 1, & \text{不合格产品拆解} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

3.1.2 目标函数构成

(1) 考虑零配件的成本:

如果零配件1 (零配件2) 不检测, 则第一阶段的成本只有购买零配件的成本; 如果零配件1 (零配件2) 检测, 则第一阶段的成本除零配件购买成本之外, 还要考虑检测成本。

利用决策变量 x_1 和 x_2 第一阶段零配件1的成本表示为

$$a_1 + c_1 x_1 \quad (5)$$

相应的零配件2的成本表示为

$$a_2 + c_2 x_2 \quad (6)$$

(2) 考虑成品装配与检测的成本:

如果零配件1和零配件2经过检测均合格 (可能性为 $(1-p_1)(1-p_2)$) 此时装配成品的装配成本为 b , 检测成本为 $C * z$, 如果零配件1和零配件2经过检测均不合格 (可能性为 $p_1 p_2$), 不存在成品装配, 就没有装配成本与检测成本。

如果零配件1检测合格而零配件2不检测 (可能性为 $(1-p_1)$), 此时有装配成本 b , 检测成本 $C * z$ 。

如果零配件1不检测而零配件2检测合格 (可能性为 $(1-p_2)$), 此时有装配成本 b , 检测成本 $C * z$ 。

综合上述四种情况, 成品装配与检测这一阶段的成本为

$$\begin{aligned} & (1-p_1)x_1(1-p_2)x_2(b+C*z) + (1-p_1)x_1(1-x_2)(b+C*z) \\ & + (1-x_1)(1-p_2)x_2(b+C*z) \\ & = [(1-p_1)(1-p_2)x_1x_2 + (1-p_1)x_1(1-x_2) + (1-p_2)(1-x_1)x_2](b+C \\ & * z) \end{aligned} \quad (7)$$

3. 2情况2: 0-1优化模型决策方案

3. 2. 1拆解判别

先研究不合格的半成品是否拆解。同情况1一样, 分别构造半成品1、半成品2、半成品3的判别函数:

$$\Delta_1 = J_1 - \sum_{i=1}^3 (1 - p_i) a_i \quad (8)$$

$$\Delta_2 = J_2 - \sum_{i=4}^6 (1 - p_i) a_i \quad (9)$$

$$\Delta_3 = J_3 - \sum_{i=7}^8 (1 - p_i) a_i \quad (10)$$

利用表1. 1的数据计算得到:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 6 - (1 - 10\%) * 2 - (1 - 10\%) * 8 - (1 - 10\%) * 12 = -13.8(<0) \quad (11)$$

$$\Delta_3 = 6 - (1 - 10\%) * 8 - (1 - 10\%) * 12 = -12(<0) \quad (12)$$

计算结果表明装配半成品检测出的不合格品需要拆解。

接下来研究不合格的成品是否拆解。同样构建判别函数:

$$\Delta = J_1 - \sum_{i=1}^8 (1 - p_i) a_i \quad (13)$$

利用表1. 1的数据计算得到 $\Delta = -47.6(<0)$, 此结果表明装配成品检测出的不合格品需要拆解。

半成品检测

有必要研究第二道工序检测成本与拆解费用。半成品1、2、3的检测成本与拆解费用分别为 $C_1 + (1 - P_1)J_1$, $C_2 + (1 - P_2)J_2$, $C_3 + (1 - P_3)J_3$ 。

因此半成品检测产生的成本为:

$$\sum_{i=1}^3 [C_i + (1 - P_i)J_i] = 28.2 \quad (14)$$

半成品1、2、3检测后对成品检测产生的成本为:

$$C + (1 - (1 - 10\%)^3) * 10\% * J = 6.271 \quad (15)$$

这样半成品、成品均检测产生的成本为:

$$\sum_{i=1}^3 (C_i + (1 - P_i)J_i) + C + (1 - (1 - 10\%)^3) * 10\% * J = 34.471 \quad (16)$$

4 结语

后续的相关研究可以从多阶段性、资源分配等问题拓展。例如, 在生产过程中, 很多决策问题都具有多阶段性, 如库存控制、设备更新计划等。动态规划通过将问题分解为若干个子问题, 并逐个求解子问题, 最终得到原问题的最优解。

参考文献:

- [1] 2024年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目. 生产过程中的决策问题. 中国: 中国工业与应用数学学会, 2024
- [2] 刘尚一, 吴涛. 基于混合变量的0-1线性规划模型及应用[J]. 科学技术创新, 2023, (01): 92-95.
- [3] 马龙, 寇猛, 张静, 等. 非线性0-1规划问题的元胞灰狼优化算法[J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(12): 155-167.

作者简介: 马金晶 (1995.11—), 女, 汉族, 江苏南通人, 研究生, 研究方向为数据科学、深度学习。