

# 先行组织者策略在高等代数教学中的应用

彭康泰

广东第二师范学院数学系, 中国·广东 广州 510303

**【摘要】**对于刚入学的数学系大学生而言, 高等代数课程一直是重要而又难学的课程, 很多学生难以理解其中的抽象概念和命题证明的思路, 多数都是被动地接受知识, 学习兴趣不浓。本文以高等代数课程的部分内容教学为例说明如何运用先行组织者策略, 解释它在教学中的作用和意义。

**【关键词】**先行组织者策略; 高等代数; 教学策略

作为数学专业的重要基础课程, 高等代数的内容、观点和方法相比中学有很大差异, 尤其是概念抽象晦涩, 学习节奏较快, 很多学生都学得较为吃力, 甚至新学的概念都没有弄明白, 很快又要用这些概念来学习进一步的内容, 尤其是在二本院校中学生学习高等代数普遍感到学习压力大, 兴趣也不浓, 要改善这些情况, 可以在教学上运用先行组织者策略, 帮助学生更好地理解知识, 激发学习兴趣, 缩短适应大学学习的时间。

美国教育心理学家奥苏贝尔提出了先行组织者策略, 它是指在学习新材料之前呈现一段相关的引导性材料, 把新学的知识和已有知识联系起来。由于这类材料一般是在呈现学习内容之前介绍, 因此被称为先行组织者。研究表明, 当教授那些结构良好的内容, 但是这个结构又不太容易被学生理解时, 先行组织者的作用更明显, 而高等代数中绝大多数知识都是结构良好的, 在学习之前激活先前知识就能够促进理解和保持。以下从三个方面来探究先行组织者策略在高等代数教学中的应用:

首先, 根据学生所拥有的知识及其程度来应用先行组织者策略。

根据先行组织者策略, 要将学生已有的知识与新学的知识联系起来, 那么在教授一节课之前应该了解与这节课有联系的知识有哪些, 从来源上一般可分为如下四类:

第一, 中学数学中的知识。高等代数是大学一年级开设的数学课, 与中学内容有较多联系, 并且此时的学生对中学数学的知识都比较熟悉, 在教学上可以从中学的知识点切入, 会使得学生在学习时不会感觉到过于突兀和抽象难懂。例如, 讲解线性方程组的高斯消元法时, 可以先简单复习中学的二元一次方程组的消元法, 再通过提问如何求解三元一次方程组、四元一次方程组, 直至  $n$  元一次方程组来促使学生去思考。

第二, 之前学过的本课程知识。高等代数的大多数知识内容连贯, 在教授新知识的时候就可以根据知识之间的联系, 结合学生的学习情况先对相关的旧知识进行复习。例如, 讲解子空间的和维数公式时, 先复习子空间的和, 而紧接着讲解子空间的直和时就不用再复习直和, 之后讲解正交补时, 又要再复习子空间的直和。

第三, 其他数学课程的知识。数学的不同分支之间有很多联系, 例如高等代数和数学分析, 这两门课程都在大学一年级开设, 而且有很多知识是有联系的, 因此在讲解这些知识时可以进行互相介绍。如讲解向量空间的概念时, 可以联系数学分析中的例子, 所有在闭区间  $[a, b]$  上连续的实函数全体  $C[a, b]$ , 而学习线性映

射时可以联系到对  $C[a, b]$  中的函数求导等。

第四, 其他学科的知识、现实生活中的知识等等。不同科目之间的很多知识是存在联系的, 而数学又在很多学科中有很强的应用, 尤其是物理、化学和生物等自然科学知识, 在教学上可以适当介绍来激发学生的学习兴趣。例如, 线性变换和正交变换都可以与几何知识联系起来, 而投影可看成一种线性变换, 还能与现实中的医疗常用的拍片联系起来, 在教学中引入这些不仅增进学生的理解, 还能激发他们的学习兴趣。

根据课程的需要, 这些知识一般又可以分成两类: 一类是要学会这节课必不可少的基础知识, 这些知识是由本课程的性质和内容决定的, 例如学子空间的直和的前提是要理解子空间的和的含义, 这属于知识点之间的客观联系, 是知识体系中的一部分, 而且从学习路径上看有确定的先后顺序, 在教学中再根据学生对这些知识的掌握情况来决定如何复习; 另一类是能够促进理解的这节课内容的相关知识, 但不是必要的, 例如, 学习线性空间也不一定需要用全体实函数  $C[a, b]$  来做例子说明, 只不过目前情况下用这个例子是比较恰当的, 既使得学生容易理解, 也能激发学生去思考不同数学分支之间的联系。

明确这些知识的分类是为了在教学设计时可以从这些分类来寻找所需要的教学素材, 在此之后还要了解学生对于这些知识的掌握程度, 以此来决定教学上所花费的时间和精力。一般从以下四个方面来设计: 第一, 对于难度不大和教学编排上紧密的知识, 可以设置提问或者直接展示来激活, 例如向量空间的概念教学中对中学向量的知识直接展示即可; 第二, 对于难度较大和复杂抽象的一些知识, 最好举例复习, 不略过, 例如讲解欧式空间的同构时要复习向量空间的同构, 可以用  $\mathbb{R}^n$  来做例子; 第三, 教学安排上时间间隔大、使得联系不够紧密的知识, 要适当进行复习, 例如讲解向量空间的坐标时, 要适当复习矩阵的相关知识, 因为这部分知识一般是上个学期所学, 学生很可能遗忘了一部分; 第四, 适当留一些知识让学生自己复习, 不能全部包办, 目的是锻炼学生的自主学习能力, 例如讲解齐次线性方程组的解空间时, 提前让学生自己复习子空间的概念和线性方程组的解法。

其次, 通过概念之间的联系, 帮助学生逐渐建立起概念体系, 以促进学习。

先行组织者是新知识学习之前给予学生的相关概念或观念。根据组织者与学习任务之间包容性和抽象程度的关系可以把组织者分为上位组织者、下位组织者、并列组织者。因此在概念教学中, 先行组织者策略又可以分成三类: 上位组织者——比学习

内容的包容性和抽象程度高,例如可以利用学生已有的基的概念来同化要学的正交基的概念;下位组织者——比学习内容的包容性和抽象程度低,例如可以利用学生已有的偶数、整数和有理数等概念来同化较为抽象的数环的概念;另外,两个概念之间如果没有互相包含或者抽象与概括的关系,但是它们之间具有内在关系,这一类就是并列组织者,例如线性方程组的初等变换和矩阵的初等变换之间存在内在关系,但是不互相包含,还有初等矩阵与初等变换等。在实际教学中,一般都是根据教学内容的顺序编排来使用这些策略,也可以根据经验按照学习的难易程度来实施。

另外,根据组织者在学习中所起作用的差异,又可分为说明性组织者和比较性组织者。说明性组织者是指组织者仅起连接已有知识和学习内容的“桥梁”的作用,它一般与学习内容之间在包容层次上具有层级关系。例如,讲解线性变换之前,先对线性映射进行说明,并举一些例子。比较性组织者对学习不仅起到“支架”、“桥梁”的作用,同时又可促使学生对学习内容与原有的认知结构中的相关内容的异同、区别与联系进行思考、辨别,从而进一步明确认识,既有利于新内容的学习,又能促进已有知识理解的深化。例如,学习矩阵的合同关系时,与矩阵的相似关系进行比较区别,寻找之间的联系,还要进行举例说明,既能更好地理解合同,又能加深对相似的理解。

通过以上的所述策略进行教学,可以更好地帮助学生理解概念,并且对这些概念进行梳理和区分,厘清层次结构,还可以运用思维导图、概念图等工具进行展示,帮助学生更好建立起知识体系。

再次,通过对于命题的简单情形进行证明,展示所使用的数学思想方法,以此激发思考一般的情形如何证明,同时促进

学生对数学思想方法的学习。例如,在学习施密特正交化方法时,先对两个线性无关的向量运用方程的思想去解决问题,再进一步思考对  $n$  个线性无关的向量怎么运用方程的思想去处理。又例如,讲解给定一个对称矩阵  $A$ ,如何求一个实可逆矩阵  $P$  使得  $P^{-1}AP$  是一个对角矩阵时,可以复习一下求逆矩阵的方法,就会更容易理解  $P$  是如何求出来的。

另外,还可以对不同问题的解题方法进行对比、区别,类似上述三类组织者,以此来锻炼思维,例如,讲解给定一个实对称矩阵  $A$ ,如何求一个正交矩阵  $U$  使得  $U^{-1}AU$  是一个对角矩阵时,可以复习给定一个可对角化对的矩阵  $A$ ,如何求一个实可逆矩阵  $T$  使得  $T^{-1}AT$  是一个对角矩阵,前者的解题方法是在后者的基础上添加正交化步骤即可;而讲解综合除法时,也可以与带余除法来进行比较和分析。

最后,先行组织者呈现的顺序一般都是在学习新知识之前,有些研究者认为组织者也可以放在学习新知识之后,甚至在不同的阶段都可以尝试,不过教学效果如何还需要进一步进行研究探讨。对于很多刚入学的学生来说,高等代数课程是比较难学的,因此更需要教师做好教学设计,适当运用好先行组织者策略可以将抽象的知识更好的展现给学生,更好地激发学生学习的兴趣,促进学生的有意义学习。

#### 参考文献:

- [1]木塔里甫,王鹏.先行组织者策略及其机制分析[J].伊犁师范学院学报.2005(1):101-103.
- [2]孔凡哲,曾峥.数学学习心理学[M].北京大学出版社,2012.2(第2版).
- [3]孙洲云.先行组织者策略及其启示[J].社会心理科学,2016(10):17-21.