

向量在解析几何中的应用

李拴成

山西师范大学现代文理学院, 中国·山西 临汾 041000

【摘要】文章分析了当前向量在解析几何中的应用。作为学生数学学习中的关键环节, 解析几何能够辅助学生养成数学思维意识, 使学生具有基本数学思想。平面向量属于几何中的一部分, 向量不但可以作为代数对象, 还可以作为几何对象。向量能够将几何和代数相连接, 进一步促使几何思想的解析和实现。向量可以体现出数与形, 因此作为基础数学模型, 需要教师提升向量在解析几何中的应用效果。

【关键词】向量; 解析几何; 应用

向量作为几何与代数之间重要连接, 在数学中需要教师重视到代数与几何之间的关系, 并重点讲解。而向量与坐标系则属于几何与代数之间的另一座桥梁, 坐标系需要借助原点的选择实现, 而向量与坐标系对比更加普遍。向量辅助实现代数运算可以将几何中存在的数学问题彻底实现, 同时针对代数现象, 向量的应用能够促使直观几何解释的实现, 使其成为数学教学中的重点内容。

1 解析几何中向量的应用概述

①向量共线条件下需要非零向量 c 与 d 共线, 也就是存在唯一实数 λ , 进而 $d = \lambda a$ 。这一数学理论能够将线的平行, 重合与点的共线提供理论依据。②向量垂直条件下需要 $c \perp d \Leftrightarrow c \cdot d = 0$, 其中 $c \neq 0, d \neq 0$ 。向量垂直理论可以对几何中存在的一些垂直问题进行解决。向量其数量积计算公式为 $c \cdot d = |c||d|\cos\theta$, 这一公式适用于几何问题中一些夹角问题。使用向量在解决问题的时候, 应首先进行平面直角坐标系的建立, 使用向量将问题中所涉及到的一些几何元素表示出来, 使几何问题转化为向量问题。基于向量运算, 对各个几何元素之间的关系深入研究, 例如一些距离问题和夹角求和问题等。

2 解析几何中向量的应用重点

作为解析几何实际应用中的主要载体, 向量可以为数学问题的解决提供较为便捷的渠道。因为向量属于数形结合产物, 因此向量不但具有代数理论上的抽象, 还包含了几何直观特点。所以这时教师在辅助学生解决向量问题的时候, 可以使用不同方式, 也就是采取几何解决方法和代数解决方法^[1]。在实际解答问题的时候, 教师需要使学生灵活应用, 避免公式化的使用向量, 在解题时应该让学生结合实际题目进行合理分析, 避免进入学习误区。在实际教学中, 教师应该向学生表明最近解析几何与向量之间的交叉测试题目范围, 当下对于解析几何与向量之间的结合类题目主要是以考察学生对于向量基础知识的运用为主, 以运用向量作为解题工具的能力为主, 例如轨迹方程的计算, 对于曲线的定义等。解析几何其基础思想就是基于代数的方式对几何进行探索, 但是向量则是对几何与代数共同沟通的桥梁。基于向量知识的学习, 提升对于向量的使用效率, 尽可能的对生活中存在的解析几何问题有效解决, 将向量的工具性充分展示出来。学生在日常学习中为了使其能够体会到向量内容的简洁性与优势, 并灵活运用在应用解题中。目前世界各国数学教育主要倡导学生提升对于几何代数方法的解题的应用, 几何发展可以实现几何代数化, 在这其中可以通过使用代数手段进行几何问题研究, 激发学生自身的逻辑思维能力, 使学生更容易理解几何代数方法^[2]。

3 应用习题分析

①夹角问题。例题, 椭圆 $x^2/9 + y^2/4 = 1$, 该椭圆焦点处于 Q_1 和 Q_2 , 其中 O 属于椭圆上部动点, 在 Q_1OQ_2 属于钝角的时候, O 点的坐标的实际取值范围应该为多少?

在解答该问题的时候, 教师需要向学生阐述对于夹角类型问题的求解, 应该从数量积着手, 在上题中, 需要先将已知条件中的夹角为钝角转化为向量的数量积为负, 之后再通过坐标运算进而求得最终的数值。

解: $Q_1(-3, 0), Q_2(3, 0)$ (设 $O(3\cos\theta, 2\sin\theta)$)

$\because Q_1OQ_2$ 属于钝角, $\therefore \overrightarrow{OQ_1} \cdot \overrightarrow{OQ_2} = (-3 - 3\cos\theta, -2\sin\theta) \cdot (3 - 3\cos\theta, -2\sin\theta) = 9\cos^2\theta - 5 + 4\sin^2\theta = 5\cos^2\theta - 1 < 0$ 。

最后得出数值为 $-\frac{\sqrt{5}}{5} < \cos\theta < \frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

$\therefore$ 最终 O 点横坐标实际取值范围 $\left(-\frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{3\sqrt{5}}{5}\right)$ 。

②垂直问题。例题: $y_2 = 2px$ ($P > 0$) 焦点 O 直线与抛物线在 M, N 两点相交, 同时 M, N 两点朝着准线做垂线, 垂足为 E, F 。求证: $EO \perp OF$ 。

教师在对本题进行教学的时候需要利用向量垂直这一条件对解析几何中垂直问题进行处理, 将其化繁为简, 保证知识能够前后联系, 进而促使解题效率得到提升。

证明: 当前 $O(P/2, 0)$, 这时可以设 M, N 两点为纵坐标为 y_1 和 y_2 , 因此 $y_1 y_2 = -p^2$ 。

$\because E(-P/2, y_1), F(-P/2, y_2)$,
 $\therefore \overrightarrow{OE} = (-P, y_1), \overrightarrow{OF} = (-P, y_2)$,

$\therefore \overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OF} = P^2 + y_1 y_2 = P^2 - P^2 = 0$ 。

$\therefore \overrightarrow{OE} \perp \overrightarrow{OF}, \therefore EO \perp OF$

4 结语

综上所述, 解析几何的实际思想就是借助代数的方式对几何进行研究, 但是向量的出现正好实现了几何与代数的合理沟通。教师在教学过程中可以通过向量知识的讲解, 使用向量方式对几何中存在的问题合理解答, 将向量其工具性展示出来。学生在日常学习中能够体会到向量的便捷性, 使学生在解答问题的时候更加得心应手。

参考文献:

- [1] 贾芬香. 平面向量在解析几何中的应用——高三复习课教学案例[J]. 科技视界, 2012(31): 167-167.
- [2] 黄进岳. 平面向量在解析几何中的应用[J]. 中学数学(高中版)上半月(6期): 74-74.

作者简介:

李拴成(1997.5-)男, 汉族, 山西省大同市灵丘县人, 本科生, 山西师范大学现代文理学院, 数学专业。