

# 点的复合运动教学中的难点解析及教学思考

任述光<sup>1</sup> 肖卫华<sup>1</sup> 张 岚<sup>1</sup> 黄 娟<sup>2</sup>

1. 湖南农业大学水利与土木工程学院, 中国·湖南 长沙 410128

2. 湖南农业大学东方科技学院, 中国·湖南 长沙 410128

**【摘要】**点的复合运动是理论力学课程教学中的重点和难点, 如何提高课堂教学效果, 让学生在有限的课堂教学时间内较好地掌握教学内容, 并能独立思考, 正确运用所学知识解题或解决工程实际问题, 如何帮助学生正确理解基本概念, 培养学生分析思考问题的能力, 笔者结合二十余年理论力学教学经验, 从教育教学规律出发, 以实例从四个方面总结了课堂上如何讲授这部分知识内容, 能达到事半功倍的效果。

**【关键词】**复合运动; 绝对运动; 相对运动; 牵连运动; 速度合成

理论力学是许多工科专业重要的专业基础课程, 是学习一系列后续课程如材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学、振动理论、机械原理等的重要基础。理论力学课程教学对于培养学生分析思考问题的能力、树立牢固的力学理论基础及进行后续专业课程的学习都具有十分重要的意义。近年来, 为响应教育部“新工科”建设的要求, 高校教育教学进行了一系列的改革, 一个突出特点是高校选修课增多了, 基础理论与专业课的学时相对削减。教学大纲规定的基本教学要求与任务并没有降低, 如何在压缩了的课时中完成原有的教学任务, 并取得好的教学效果, 是值得每位任课教师深思与探索的问题。理论力学课程具有概念抽象及内容逻辑性强的特点, 教学过程中发现, 很多同学课堂似乎能理解教师讲课内容, 但是自己做题就感觉为难, 什么原因呢? 数理基础及抽象思维、逻辑思维能力是内因, 是学生学好该门课程的首要前提, 教师功底与课堂讲授艺术性的结合, 是解决课堂教学中的重点、难点, 提高课堂教学质量的关键。

## 1 如何恰当选择动点与动参考系

复合运动分析的第一步是恰当选择动点与动参考系。这里有几个关键词, 一是动点、二是动参考系, 三是“恰当”。动点是我们选择的进行复合运动分析的点, 一般来说具有确定的“物质”的意义, 是一个具体的“物质”点。动参考系是固结在相对静参考系具有运动的物体上的参考系。所谓“恰当”, 一是动点相对于动参考系有相对运动, 这是必须要满足的条件, 否则, 无法进行相对运动分析; 二是要使相对运动轨迹简单、直观<sup>[1]</sup>。很多同学解题过程中, 不能恰当选择动点与动参考系, 导致求解困难, 甚至无法求解。举例如下

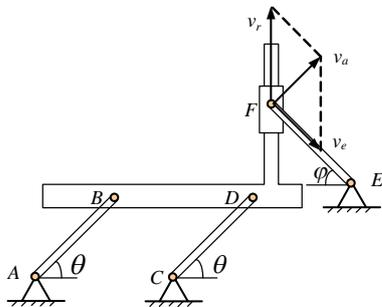


图1

例1: 图1所示机构中, 摆杆EF 杆的端点铰接一导轨F, 带动料槽BD运动。已知  $AB = CD = EF = 1$ , 在图示位置时, 摆杆EF

的角速度为, 角加速度为0, 求此时杆AB 的角速度与角加速度。

在此问题的求解中, 如何恰当选择动点、动参考系呢? 应选择套筒F (严格说是EF 的端点F) 为动点, 动参考系固结于料槽BD, 这样, 相对运动轨迹很直观, 就是F 处的铅垂线段。动参考系不能固结于杆EF, 因为这样, 动点就是固结动参考系的刚体上的点, 没有相对运动; 如果动参考系固结于AB 或CD, 那相对运动的轨迹不易判断, 不便于进行运动分析求解。

通过这一题的讲解, 比较将动参考系固连在三个不同物体上分析的结果, 能解释清楚动点、动参考系的选择中何谓“恰当”, 能取得事半功倍的效果。

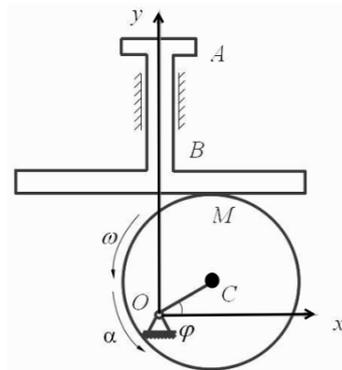


图2

例2: 平底顶杆凸轮机构如图2所示, 顶杆AB 可沿导轨上下移动, 偏心圆盘凸轮绕轴O转动, 轴O位于顶杆轴线上。工作时顶杆的底端始终接触凸轮表面。该凸轮半径为R, 偏心距  $OC = e$ , 凸轮绕轴O转动的角速度为, 角加速度为。求OC 与水平线成夹角时顶杆的速度和加速度。

关于动点、动参考系的选择, 一般教材<sup>[2-3]</sup>上总结说, 如果两构件保持接触, 可以选择一个构件上与另一构件的接触点为动点。学生分析这一问题时, 往往也是习惯于取接触点为动点。但此题中, 无论选择顶杆上的接触点还是圆盘上接触点为动点, 分析起来都很困难, 在速度、加速度分析中出现各种各样的错误。

这一问题中应如何恰当选择动点、动参考系呢? 如果选择圆盘中心为动点, 动参考系固结于顶杆, 绝对运动为绕O点的圆周运动, 相对运动为平行于顶杆底边的水平直线运动, 分析起来比较简单, 相对运动轨迹很直观, 这样的选择就是“恰当”的。通过这一问题, 解释动点动参考系选择中的一般与特殊性, 大多数情况下, 动点动系的选择符合一般性原则, 但也有些特例, 无论什么情况下, 选择的原则是“恰当”, 这也正好体现了复合运动

分析的复杂性与灵活性。如果生搬硬套，不能灵活运用知识，就会出现各种错误，得不到正确的结果。灵活运用知识分析解题，需要平时大量的练习和积累。

## 2 如何正确判断相对运动轨迹

相对轨迹是动点相对于一个运动参考系的轨迹，也就是观测者处于运动参考系中随动参考系一起运动时观测到的动点的运动轨迹。相对轨迹不象绝对轨迹那样直观，因为分析者都是处于静参考系中，我们观测到的轨迹是绝对轨迹。相对轨迹的判断往往要借助一些几何知识，经过分析推理等逻辑思维活动才能得出结论。

例如，例1中绝对轨迹为以E点为圆心，EF长度为半径的圆，一般同学对这个结论都容易理解，但相对轨迹是通过F点处的铅垂线段，很多同学理解起来就很困难了。事实上，这个问题中相对轨迹的判断还是比较简单的，因为导筒运动过程中始终接触料槽BD上的导杆，导杆的外型线即为相对轨迹。如何帮助学生理解呢？可以采用假设，假如你是观测者，处在料槽中，也就是处于一个随料槽作曲线平移的运动参考系中，那你看到料槽中的竖杆是固定不动的，而导筒沿着竖杆运动，因此，在这一运动参考系中看到的导筒的运动轨迹就是F点处的铅垂线段。通过这样的讲解，学生就比较容易理解。在有些情形下，相对轨迹的判断要借助几何概念作进一步的分析推理，这属于比较复杂的情况了。

如例2中，相对运动轨迹应该为通过圆盘中心C，与顶杆底面平行的水平线段。为什么相对轨迹为水平线段？就要结合几何概念进行分析推理。因为运动过程中，顶杆的平底始终接触凸轮的表面，在随顶杆作铅垂平移的运动参考系中观测，顶杆的平底是一条固定不动的直线，顶杆始终接触凸轮的表面，动点（轮心）到这一固定直线的距离始终等于圆盘的半径R，根据几何概念，平面上到固定直线的距离等于定长的点的集合为与该固定直线平行的直线，它们间距离为该定长。由此可知动点的相对轨迹为过轮心的水平线段。讲述这一问题时，如果这样透彻分析，学生接受起来相对就容易了。

## 3 如何正确理解牵连点

很多学生在学习这一章内容中出现问题，是由于对牵连点的概念的理解存在偏差，没有正确理解。要准确理解牵连速度与

牵连加速度的概念，就要正确理解牵连点的概念。一般理论力学教材中对牵连点的定义是：动系中与动点瞬时重合的点，称为动点在该瞬时的牵连点。这里关键是如何理解动系中与动点重合的点。教材中对于动点的定义无疑是准确的，但学生的理解时，往往是模棱两可，似是而非。如果问题分析中有固连动参考系运动物体且该物体上有与动点位置重合的物质点，学生对牵连点理解相对容易些，但在没有具体固连动参考系的运动物体或该物体上没有与动点位置重合的物质点时，这个概念确实有点抽象，很多同学在理解牵连点这一概念上存在很大困难。所以有些老师讲课时称牵连点为动体上（固连动参考系的运动物体）与动点瞬时重合点的点，这样的讲解具体，便于初学的学生接受，但是，这种讲法没有从本质上反映牵连点的概念。在有些问题中并没有具体的固连动参考系的运动物体，或者固定动参考系的动体上并没有与动点位置重合的物质点，这时按这样的叙述确定牵连点，学生就会感到茫然，难以理解或是出现错误。

## 4 结语

复合运动一章的重点、难点内容，除了速度分析，还有更为复杂的加速度分析。内容多、难度大，解题过程中如何选择动点、动系，如何绘速度、加速度矢量图，如何选择合适投影轴投影求解等，需要授课教师认真总结，学生的学习效果很大程度上取决于教师的教学水平。要在这么有限的课时内完成教学任务，达到很好的教学效果，要求教师钻研教育教学规律，掌握课堂教学技巧，善于总结解题思路与方法，课堂讲授内容丰富，表达生动，吸引学生的好奇心与求知欲。

### 参考文献:

- [1] 刘又文, 彭献, 编著. 理论力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 133.
- [2] 哈尔滨工业大学理论力学教研组. 理论力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 177.
- [3] 任述光, 董武忠, 主编. 理论力学 [M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2018: 153.

### 作者简介:

任述光 (1970-) 男, 湖南岳阳, 工学博士, 研究方向: 工程问题的数值分析, 结构与材料的局部化变形稳定性研究。