

数学实验在数学分析中的应用

胡鸿伟 王佳伟 沈世融

西安工程大学, 中国·陕西 西安 710600

【摘要】数学分析作为一门较为繁杂的学科,其涉及到的内容也是种类繁多,在教学中,更多的内容需要图形来解释以帮助学生理解,比如计算函数的极限值,函数的正负积分的几何含义等等。本文通过使用MATLAB工具来分析和处理与数学分析相关的常见问题。它主要针对需要执行图形分析的相关情况,并使用MATLAB强大的数学绘图工具和数学统计工具来分析数学实验。主要进行以下研究:绘制曲线,绘制曲面和三维图形,获得极限值,求解微分方程,获得积分和微分函数,最后通过MATLAB工具实现上述数学分析相关编程,并描述验证结果。

【关键词】数学实验; matlab 仿真; 数学分析

1 数学分析实验教学的重要性

1.1 数学实验教学功能

除非学生实际参与数学课程,否则学习效果不会很好。提高学习效率的最重要方法之一是提高学生的兴趣。作为一门重要的基础课程,数学本身非常繁琐并且具有很多细节。在上一章和后续课程中所学的内容在大学数学学习中非常快,并且很难掌握。仅通过视觉和直观的方法才能达到理解和掌握目的结论,可以加深提高学生学习兴趣的印象。例如,当谈到二元函数和空间表面的内容时,它们中的许多都是非常抽象的,学生很难理解,但这是多元函数集成的基础。

对于二元函数 $z = \sin(\pi\sqrt{x^2 + y^2})$ 的图形,虽然和一元函数 $z = \sin \pi x$ 从函数式子来看很相似,但图形来说却是没法相比的,我们借助于数学实验课,给出 $z = \sin(\pi\sqrt{x^2 + y^2})$ 的图象,并让学生自己亲自操作,输入其它的函数(如 $z = \sin x \cos y, z = x^2 + y$ 等),得到图形并进行观察。又如,在求空间曲线、空间曲面在某一坐标面上的投影方面,求曲线 XOY 面上的投影,通过该题让学生操作得到投影,并且了解以下问题:

- (1) 该曲线在 YOZ 面上的投影,在 ZOX 面上的投影;
- (2) 该曲线关于 XOY 面的投影柱面的图形
- (3) 空间由 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ 所围立体区域在 XOY 面上的投影;

1.2 理论原理的数学实验证明

数学实验课程的内容实际上是一种新型教科书的总称。它的服务宗旨是借助学生出色的数学工具来学习数学。在此阶段,大约有三个想法。其中之一是密切关注塑造创新精神,实践能力和创新精神,提高对数学的理解和兴趣,注重感觉和探索以及选择开放性数学学科研究。因此,有一种观点认为数学实验会导致学生忽略基础理论和验证,导致基础理论和验证能力下降。与此同时,数学实验课程的内容对于数学的教学手段,方法和内容具有重要意义。

在数学上有很多仅仅靠思考和猜想是无法得出实际结果的情况,这时候就需要学生学会数学实验的思想,根据自己的猜想进行相应的实验去印证自己的猜想是否正确,在这个实验过程中实际上就是对学生的系统知识的一种检验。数学实验中的猜想显然取决于学生的发散思维。有了猜想之后,应该根据证明方法测

试猜想的准确性。在正常情况下,学生会发现很难证明,因此老师应正确地指导学生学习基础理论。我们只有靠证明才能得出结论,这整个过程恰好塑造了学生的学习态度和认真细致的逻辑判断能力。

2 MATLAB 在数学分析中的应用

2.1 MATLAB 求解函数极限值

例 1: 求解极限: $L = \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x \sin \frac{b}{x}$

编程代码如下:

```
syms x a b
f = x*(1+a/x)^x*sin(b/x)
L = limit(f, x, inf)
```

结果为:

$L=b*\exp(a)$

2.2 MATLAB 求解微分方程

例 2: 求如下的解析解: $y'' = 3y + 2x$

编程代码如下:

```
s=dsolve('D2y=3*y+2*x','x');
syms y(x);
s=dsolve([diff(y,x,2)==3*y+2*x],[y(0)==5])
```

得到求解结果:

$C5*\exp(-3*(1/2)*x)-(2*x)/3-\exp(3*(1/2)*x)*(C5-5)$

2.3 MATLAB 在微积分的应用

例 3: 多项式的导数 (polyder), 求

$b(x) = x^3 + 4x^2 + 9x + 16$ 的导数。

编程代码如下:

```
b=[1 4 9 16];
d=polyder(b) 3 8 9
```

结果为: $3x^2 + 8x + 9$

另外两种形式为:

$p = \text{polyder}(P, Q)$: 求 $P * Q$ 的导函数;

$[p, q] = \text{polyder}(P, Q)$: 求 P / Q 的导函数, 导数分子存入 p, 分母存入 q;

参考文献:

- [1] 宫晓俊. 数学实验在数学分析微分学中的应用[J]. 理科爱好者(教育教学), 2020(04): 5-7.
- [2] 杨然. Matlab符号计算在数学分析实验教学中的应用[J]. 现代职业教育, 2019(28): 202-203.