

立体几何高考命题的特点与教学启示

——以 2021 年高考真题为例

林嘉玲

华南师范大学 物理与电信工程学院, 中国·广东 广州 510631

【摘要】本文从 2021 年的高考真题出发, 对立体几何目前的考查情况进行了分析, 对近年来立体几何的新方向、新素材命题热点问题进行了讨论, 最后, 在文章结尾给出了教学中的相关启示。

【关键词】立体几何; 高考真题; 教学启示

立体几何作为高考考查的热点问题, 一直是一些学者研究的方向之一, 通过对历年真题的研究可以发现, 立体几何问题的研究方向主要包含对某个具体问题的分析, 例如一题多解, 除此之外, 比较常见的研究方向还有结合实际课程的教学设计, 笔者通过研究 2021 年高考真题, 发现立体几何问题的命题角度稳中有变, 整体呈现出推陈出新的状态, 故本文结合 2021 年高考真题, 对立体几何的考查新方向作出相关总结。

1 立体几何考查现状

随着新高考模式的到来, 更多地区适应高考改革趋势, 采用高考科目“3+3”的新模式, 不分文理科. 数学这一学科作为学生的必考科目, 且占据着重要的地位, 在新高考这一模式下也发生了相应的变化, 本文将对新旧高考数学中“立体几何”这一重要考点进行解析。

在没有实行新高考模式的地区采用的是全国卷, 实行新高考模式地区采用的是新高考卷, 两者在 2021 的高考中立体几何的题型分布如下:

表 1 2021 年高考真题中的立体几何题型分布

	选择题 (道)	填空题 (道)	大题 (道)
全国甲卷	2	0	1
全国乙卷	1	1	1
新高考 I 卷	2	0	1
新高考 II 卷	1	1	1

注: 全国甲卷、乙卷仅统计了理科试题

由此可见, 在 2021 年的新旧高考模式中, 立体几何考查的题目数量类似, 为 2 道小题 (填空题和选择题), 1 道大题. 小题的主要考察内容是空间三视图的判断; 线、面平行垂直的判定及性质; 棱锥、棱柱以及旋转体 (球、圆锥、圆柱和圆台) 的表面积和体积计算. 大题的命题模式通常采用“证明+求角度”的思路, 证明题主要涉及的内容有: 线线垂直或平行、线面垂直或平行以及面面垂直或平行; 求角度主要包括求线线角、线面角和二面角, 其中求二面角的考查频率较高. 学生在解题过程中, “证明”部分通常采用几何的方法, “求角度”大多数采用空间向量的方法。

2021 年的立体几何题目设置中, 新高考 I 卷选择题中就考察了圆锥及其展开图的内容, 大题中“证明题”考察了证明线线垂直, “求角度”中结合二面角计算三棱锥的体积. 新高考 II 卷联系实际, 构建几何模型, 结合球的表面积进行考查. 全国乙卷则是考查空间三视图的内容. 总体难度中等, 考查了考生的空间想象能力、思维转换能力和阅读理解、数学建模的素养. 对于

立体几何问题的考查难度一般属于中档题型居多, 对学生具有较好的区分度, 特别需要强调的是在解决立体几何大题时, 要注意解题规范, 否则将会导致不必要的失分. 下面将对 2021 年高中中的立体几何题进行较为详细的解析。

2 2021 年高考立体几何命题特点

2.1 重视基础, 考查基本能力

高考中对于立体几何的命题注重考查学生对于基本知识的掌握能力, 有利于学生运用所学知识进行解答题目, 加深对基本知识的理解, 如 2021 年新高考 I 卷第三道选择题就考查了圆锥的基本知识。

已知圆锥的底面半径为 $\sqrt{2}$, 其侧面展开图为一个半圆, 则该圆锥的母线长为 ()。

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$

这道题考查了学生对于旋转体的理解, 解题的关键是掌握圆锥底面周长即为侧面展开图的弧长, 运用圆的面积公式进行求解. 这道题属于常规题型, 但相对于旧模式的高考, 它在考查的形式上又有一定的创新. 新模式下的高考减去了空间三视图这一部分的内容, 在立体几何小题中一般考查两道题目的情况下, 一道题基本上是与球相关的考点, 经常以求内切球和外接球的形式出现. 那另一道题会考查什么知识点呢? 线面关系和角度求解一般会在大题中出现, 斜二测画法这些又不常考, 所以命题者就从旋转体出发, 结合一些基本概念及公式进行考查。

2.2 联系实际, 融入数学文化

数学作为一门有着较强理性思维的学科, 将其与优秀的传统文化相结合, 解决生活中的实际问题, 更能体现高考的意义和育人导向作用. 在古代, 人们就已经开始应用数学知识解决实际问题, 通过展示人们运用数学知识解决生活实际问题的智慧, 能够增强学生的自豪感与自信心, 对数学产生更浓烈的兴趣. 在 2021 年新高考 II 卷第四道选择题中, 就将数学和实践结合起来进行考查。

北斗三号全球卫星导航系统是我国航天事业的重要成果. 在卫星导航系统中, 地球静止同步卫星的轨道位于地球赤道所在平面, 轨道高度为 36000 km (轨道高度是指卫星到地球表面的距离). 将地球看作是一个球心为 O, 半径 r 为 6400 km 的球, 其上点 A 的纬度是指 OA 与赤道平面所成角的度数. 地球表面上能直接观测到一颗地球静止同步轨道卫星点的纬度最大值为 α , 记卫星信号覆盖地球表面的表面积为 $S = 2\pi r^2(1 - \cos \alpha)$ (单

位: km^2), 则 S 占地球表面积的百分比约为 ()

- A. 26% B. 34% C. 42% D. 50%

该题以中国航天领域的北斗三号全球卫星导航系统为背景进行设计, 情境真实, 突出理论联系实际. 要求考生理解题意, 根据文字描述构建出几何模型是解题的关键. 考生要能够构建出计算的模型, 表示出观测的纬度最大值, 掌握球的表面积公式, 正确应用几何知识来实际问题.

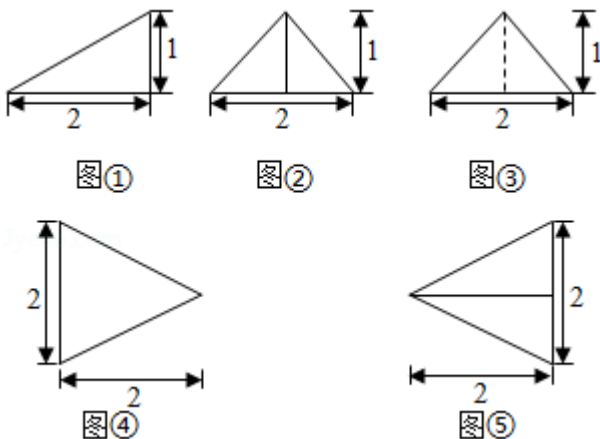
2.3 坚持创新, 注重灵活命题

高考在立体几何的命题中也追求创新, 不局限于往年已有的题型, 科学把握数学题型的开放性与数学思维的开放性, 稳中求新, 全面体现了高考数学基础性、综合性、应用性和创新性的考查要求.

例如, 2021 年全国乙卷的第四道填空题为:

以图①为正视图, 在图②③④⑤中选两个分别作为侧视图和俯视图, 组成某个三棱锥的三视图, 则所选侧视图和俯视图的编号依次为_____.

(写出符合要求的一组答案即可).



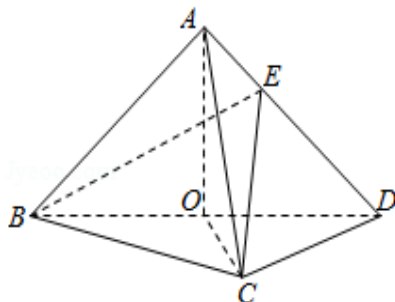
该题考查了三棱锥的三视图, 需要学生掌握三视图中各个图形边长的等量关系, 以及对于三视图中特殊线条能够还原到原立体图形中, 需要较强空间想象力, 属于中等题. 这道题的创新点在于开辟了一种新的命题模式, 即以半开放性的形式命题. 它不是全开放的, 因为它的答案是有限的, 但是它又不局限于唯一的答案, 有两组正确的答案, 考生只需写出其中一组即可, 有多种解题方案可供考生选择, 考查了空间想象能力, 具有较好的选拔性.

又如 2021 年新高考 I 卷第四道大题为:

如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , $AB=AD$, O 为 BD 的中点.

(1) 证明: $OA \perp CD$;

(2) 若 $\triangle OCD$ 是边长为 1 的等边三角形, 点 E 在棱 AD 上, $DE=2EA$,



且二面角 $E-BC-D$ 的大小为 45° , 求三棱锥 $A-BCD$ 的体积.

该题考查了面面垂直和线面垂直的性质, 在求解有关空间角问题的时候, 一般要建立合适的空间直角坐标系, 将空间角问题转化为空间向量问题, 属于中档题. 这道题的命题符合“证明+求角度”的套路, 但在第二小题结合新高考模式有一定的创新. 在旧高考模式中, 数学考试有分文理科, 理科的立体几何大题主要以建立空间直角坐标系, 求解二面角为主, 而文科主要从几何关系出发, 计算立体几何图形的体积为主. 新高考模式下不再分文理科, 而这道题个就正好把文科的体积计算和理科的二面角融入到一个题目中, 在题型上具有一定的创新性^[1].

3 教学启示

立体几何是数学中研究三维空间中物体的形状、大小和位置关系的重要内容, 而三维空间是人们生存发展的现实空间, 所以, 学习立体几何对于学生更好地认识、理解现实世界, 更好地生存与发展具有重要的意义. 而作为教师, 帮助学生逐步形成空间想象能力, 培养学生对几何学习的兴趣, 增进学生对几何本质的理解, 具有十分重要的意义. 教师在立体几何教学方面应做到以下几点:

第一, 熟悉题型, 注重积累. 教师应对考试的题型十分熟悉并理解透彻, 知道每一道题目所考查的知识点以及想要培养学生哪方面的能力, 把类似的题型进行归类整理, 注重题目的积累. 在课堂上可通过先讲解知识点, 然后将知识点应用到例题中给学生进行演示, 让学生进一步地理解并学会如何运用知识点解题, 再让学生独自尝试解题, 真正掌握知识点, 打下牢固的基础.

第二, 联系数学文化, 将理论与实践相结合. 教师应将数学文化融入到课堂中, 倡导理论联系实际、学以致用, 引导学生运用数学知识解决生活中的实际问题, 关注我国社会主义建设和科学技术发展的重要成果, 设计真实问题情境, 体现数学的应用价值. 将我国博大精深, 源远流长的数学文化给学生讲解介绍, 增强学生们的民族自豪感与自信心, 增强对国家认同感, 增强理想信念与爱国情怀.

第三, 与时俱进, 培养学生的创新思维. 数学学科核心素养主要包括数学抽象、数学逻辑思维能力、建模、运算、联想、分析等, 教师在给学生打下坚实的知识基础之时, 也应科学把握数学题型的开放性与数学思维的开放性, 稳中求新, 培养学生的创新精神. 关注高考内容改革总体要求, 结合新时代的科学技术, 利用模型和幻灯片等, 启发、引导学生积极探索, 大胆实践, 从而激发学生学习的积极性和创造性, 使抽象的起始课上得具体、生动, 内容精彩纷呈.

参考文献:

[1] 陈国林. 面面俱到, 巧解立体几何[J]. 求学, 2018(2): 48-50.

[2] 李宏. 普通中学男女生立体几何学习差异的研究[J]. 数学教育学报, 2000, 9(1): 39-43.

作者简介:

林嘉玲 (2000.9-), 女, 汉族, 广东省揭阳市, 学生, 本科, 研究方向: 数学教育.