

由黑体辐射引入能量量子化的教学探讨

张群永

淮阴工学院 数理学院, 中国·江苏 淮安 223005

【摘要】普朗克的能量量子化理论是物理学发展史中的一个重要转折点,是光学、原子物理学和量子力学基础中都会涉及的难点内容之一。黑体辐射实验暴露出经典理论的缺陷,普朗克利用热力学定律和内插法导出能够精确描述黑体辐射的普朗克公式,从而引入能量量子化的概念。本文从教学角度探讨,如何从黑体辐射实验的分析中引入普朗克能量量子化,为量子理论初学者理解量子化思想理清思路。

【关键词】黑体辐射; 普朗克公式; 能量量子化; 维恩公式

19世纪末,物理学家已经认识到热辐射与光辐射都是电磁波,开始研究辐射能量在不同频率或波长范围内的分布特征,特别是对黑体辐射进行了比较深入的理论和实验研究。物体对外部的辐射有吸收或者反射的能力,倘若某种物体能够全部吸收辐射在它上面的能量而无反射,这种物体就被称为黑体。黑体实际是一种理想化假设,用一个闭合空腔表面上的小孔可以模拟黑体表面。如果光线射入小孔,在闭合空腔内表面经过多次的反射和吸收,再从小孔射出来的可能性特别小,经过多次反射,入射光线的辐射几乎全部被腔壁吸收。

物理学家通过实验研究了不同色温下的黑体辐射曲线,测量出黑体的辐出度随着波长(或频率)的变化规律。通过实验发现,每一条辐射曲线都有一个极大值,随着色温的不断升高,黑体辐射曲线的极大值逐渐向高频短波区域移动。但是如何推导出这个辐射曲线的理论表达式,在历史上是有一个发展过程的。

斯特藩通过实验发现,物体热辐射的总能量正比于热力学温度 T 的四次方。波耳兹曼从理论上给出这个规律的表达式

$I = \sigma T^4$, 并计算出比例系数 σ , 这个规律称为斯特藩-玻耳兹曼定律。物理学家维恩利用经典热力学及统计理论方法,把辐射场的谐振子假设成某种粒子,其动能正比于频率,给出了黑体单色辐出度的维恩公式。对维恩公式中波长求导数可以得到,在温度为某个确定值的时刻 T , 黑体辐出度都有一个极大值,这个极大值在曲线中的位置由一阶导数为零的波长值 λ_m 决定。当色温

较低时,黑体辐射出的能量主要分布在低频率波段;在色温较高时,黑体辐射能量主要分布在高频率波段。这个关系也被称为维恩位移定律:

$T\lambda_m = b$, 式中 b 是一个与温度无关的量。维恩公式描绘的热辐射曲线虽然在高频区域与实验测量相一致,但是在低频范围则与实验结果相差较大。

瑞利和金斯根据电磁学理论,也推导出黑体辐射的曲线表达式,即瑞利-金斯公式 $M(\nu, T) = (2\pi\nu^2) \cdot kT/c^2$ 。该公式在低频率区域能准确反映曲线的变化规律,而在高频区域则与测量结果完全背离。当频率趋近于无穷大的时候,辐出度趋近无穷大,这将导致“紫外灾难”的发生。有人检验他们的推导过程,证明了推导过程是无误的。而瑞利-金斯公式在高频区域与测量结果相背离,只能说明计算过程中采用能量均分定理推导谐振子平均能量这种方法可能并不恰当,因为这蕴含了能量是可以连续取值的。

普朗克经过思考后认为,在考虑空腔黑体辐射时,能量均分定理不再适用。于是他利用热力学定律和内插方法,仍然采用瑞利-金斯公式中黑体辐射腔内单位频率间隔的谐振子模式数 $(2\pi\nu^2)/c^2$ 计算,而谐振子平均能量却使用一个新表达式

$\hbar\nu / (e^{\frac{\hbar\nu}{kT}} - 1)$, 进而得到一个几乎是纯经验的辐射公式,即普

$$\text{朗克黑体辐射公式: } M(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{\hbar\nu}{e^{\frac{\hbar\nu}{kT}} - 1}$$

从普朗克公式可以发现,当 $\hbar\nu \gg kT$ 时, e 指数项数值远大于1,可以得到普朗克公式在高频范围的极限取值,此时普朗

克公式可以等效为维恩公式。当 $\hbar\nu \ll kT$ 时,指数项做幂级数展开,普朗克公式可以化简为瑞利-金斯公式。因此,维恩公式仅适用于高频范围内正确,瑞利-金斯公式仅在低频区域正确,只有普朗克公式在各个频段都与实验结果相符合。普朗克公式能很准确的描述黑体辐射实验的规律,说明公式蕴含着极其重要的内容,以至于普朗克不惜花费大量精力去思考黑体辐射与量子的

问题,决心找到一个完美的物理解释。普朗克在总结实验规律的基础上,摒弃了经典物理学理论中能量连续可分的思维方式,提出了一种全新的设想,把辐射黑体腔的器壁分子或原子振动看作谐振子,在吸收或者辐射能量时,谐振子从一种状态跃迁到另一种状态,可以跳跃式的辐射和吸收能量。这些能量只能是某最小能量值 ϵ 的整数倍,这种最小能量单元称为“能量子”,对于频率为 ν 的谐振子来说,最小能量单位为 $\epsilon = \hbar\nu$ 。正是借助这种一份一份的能量子假设可以成功推导出普朗克公式。在普朗克公式发表后的十年时间里,多位物理学家先后又采用了几种不同的方法分别进行分析,都能从理论上完整推导出黑体辐射公式。

普朗克提出的能量子假设,解决了黑体辐射问题中描述能量分布规律的难题,打破了经典理论中能量连续的惯性思维,结束了经典物理学一统天下的局面,开创了量子物理蓬勃发展的新格局,这是物理学发展史上的一次伟大变革。由于在量子理论方面的开创性贡献,普朗克被授予了1918年诺贝尔物理学奖。

在教学过程中,通常的方法一般是陈述能量量子化的假设开始,然后推导出黑体辐射的普朗克公式,最后再介绍普朗克公式的正确性。然而,这一过程却忽视了介绍普朗克为什么会提出能量量子化这一猜想。我们希望在今后课堂中能带领同学们边学习边思考,不断增加实验教学与理论教学的课程设置合理性。学会从实验中发现问题、用细致严谨的作风分析问题、用实事求是的态度解决问题。

参考文献:

- [1] 姚启钧. 光学教程(第六版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [2] 黄永义. 普朗克量子论的教学探讨[J]. 大学物理, 2020, 39(7), 25-28.
- [3] 康永强. 黑体辐射定律研究及验证[J]. 大学物理实验, 2010, 23(4) 18-20.
- [4] 曾谨言. 量子力学(第5版)[M]. 北京: 科学出版社, 2013.