

浅谈高等数学中概率论的运用策略

徐 静

甘肃林业职业技术学院, 中国·甘肃 天水 741020

【摘要】高等数学作为教育体系中一门计算难度很大的公共课程,对于证明过程需要使用专业的解题方法,如果不能正确运用解题方法,就无法完成解题。然而,在高等数学的难题解决过程中,将概率论相关的知识运用到其中,可以简化解题流程,提高正确率和解题的效率,从而缓解学生对高等数学的畏难心理。本文将从概率论有关的知识出发,从如何有机融合高等数学和概率论相关知识出发,进行实际应用研究。

【关键词】高等数学; 运用; 概率论

A Brief Talk on the Application Strategy of Probability Theory in Higher Mathematics

Xu Jing

Gansu Forestry Vocational and Technical College, Tianshui, Gansu, China 741020

[Abstract] As a public course with great computational difficulty in the education system, advanced mathematics requires the use of professional problem-solving methods for the proof process. However, in the process of solving difficult problems in advanced mathematics, applying knowledge related to probability theory can simplify the problem-solving process, improve the accuracy and efficiency of problem-solving, and relieve students' fear of higher mathematics. This paper will start from the knowledge related to probability theory and how to organically integrate the knowledge related to advanced mathematics and probability theory to conduct practical application research.

[Key words] Advanced mathematics; Application; Probability theory

1 概率论概述

人们对概率的研究始于17世纪中期,但是直到18世纪概率论才得以迅速发展,法国数学家普拉斯,在十九世纪初期完善了概率论的体系建构。概率论作为数学的一个重要知识,学生学习了解运用之前,需要明确概率分析理论,明确概率的准确定义:一件A事件可能包括所有a个事件,在同样的条件下,计算可能发生A事件的a事件,通过分析确定A事件发生必然由a个事件组成,则可以推定A事件的发生概率为a/A。

2 概率论在高等数学中的应用

高等数学计算过程中,大多数学生反映存在计算难度系数大,蕴含的数学逻辑性强,还有包含的数学理论知识内容非常广泛的特点。基于目前存在的问题,可以从充分学习理解概率论的定义,并在实际计算过程中使用概率论简化高等数学的解题步骤,降低高等数学问题的计算难度。概率论在高等数学中的应用,主要可以体现在以下几个方面:

2.1 在不等式计算中的应用

不等式计算对于高等数学学习来说,是非常重要的一个章节,需要学生重点学习,这一章节的学习侧重于计算能力的培养,不等式计算不仅是一个重要的知识点,而且对于每个学习者而言也是一个需要全神贯注重点攻克的难点。这一章节的学习中,可以通过寻找精确的证据,并在短时间内获得精确的结果帮助不等式的学习。基于概率论和不等式这一章节的有机结合,将概念论充分应用于不等式计算的全部的解题过程中,学生在整个简化计算的过程,可以不断提高大学生解决问题的计算效率。例如,大学生在解决高等数学的不等式计算的配套练习题的时候,已知 $k=1, 2, 3, \dots$,

$$n; x_k \geq 0, \sqrt{x_1 x_2 x_3 \cdots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

首先可以对不等式题目进行建模,假设不等式计算中的随机

变量 ξ 分布在 $P(\xi = x)$, $b=1, 2, 3, \dots$,那么 $x_b=0$ 的情况是存在的,那么 $\sqrt{x_1 x_2 x_3 \cdots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$ 就能够成立,在全部的 $x_b > 0$ 的情况下,能够将函数 x^b 进一步使用公式转化为 $f(a) = \ln a$ ($a > 0$), $f(a) = \ln a$ ($a > 0$)在图像上呈现出来的特点及效果为上凸函数,则有 $f(E(\xi)) \geq E f(\xi)$:

$$\ln\left(\prod_{b=1}^n x_b\right) \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \sum_{b=1}^n \ln x_b = E(f(a)) \leq$$

$$f(Ea) = \ln(Ea) \ln \frac{1}{n} \sum_{b=1}^n \ln x_b, \text{ 两边分别以 } e \text{ 作为底的}$$

指数,则可通过解答得到

$$\sqrt{x_1 x_2 x_3 \cdots x_n} \leq \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

2.2 在广义积分中的应用

广义积分计算对于高等数学学习来说,是一个重难点内容。同时,对于大学生来讲高数学习,广义积分经常会成为学生学习和取得好成绩路上难以翻越的“大山”,所以,这一章节的学习质量将直接影响学生的高数学学习的成绩。在具体的积分章节的学习中,也可以和概率论有机结合进行学习。概率学理论中其中讲到的“方差”和“数学期望”的知识,是概率学理论中的随机变量的基本构成部分。据此,当代大学生能不能将概率论中的方差和数学期望充分应用到高等数学广义积分的计算中,就直接影响学生解答高等数学广义积分问题的速度,能够帮助大学生

简化复杂的问题, 有效地简化步骤和流程, 提高学生解决问题的能力, 增进学生的学习兴趣和应对问题时解决问题的信心。例如: 假设随机变量 x 具有密度函数

$$f(x) = kx, 0 \leq x \leq 3; f(x) = 2 - \frac{x}{2}; 3 \leq x \leq 4; f(x) = 0 \text{ 确定}$$

常数 k , 求 $P\{1 < x \leq \frac{7}{2}\}$

在解决这一计算难题的时候, 有机将概率学理论中其中讲到的“方差”和“数学期望”的知识进行结合, 简化解题的流程和步骤, 提高对于计算结果的准确性。例如实际计算中, 我们可以

在确定常数 k 以后, 解: $\int_{-x}^x f(x)dx = 1$, 这一公式可以推导出

$$\int_0^3 kx dx + \int_3^4 \left(2 - \frac{x}{2}\right) dx = 1, \text{ 然后进一步的计算可以得出常数 } k=16, \text{ 然后可以计算出 } x \text{ 密度函为 } f(x) = x/6, 0 \leq x < 3, f(x) = 2 - \frac{x}{2}, 3 \leq x \leq 4; f(x) = 0 \text{ 在求 } P\{1 < x \leq \frac{7}{2}\} \text{ 的时候,}$$

可以 $P\{1 < x \leq \frac{7}{2}\} = F(7/2) - F(1) = 41/48$.

2.3 简化高等数学的解题过程

概率学理论关于分布的理论可以在回答高等数学中的有关证明的问题时, 就可以使用相关的理论进行证明。在证明函数的重要性质的四个方面的的时候, 对于其中的积分变量进行充分的转换, 最终可以得到相应的结果, 整个计算过程将会出现冗长复杂的部分, 但是巧妙的使用概率学的理论来解决这一类密度函数的问题, 快速帮助大学生得出相应的结论。利用概率学理论来求解高等数学中的简化计算等问题, 例如一些有关大于 0 小于 1 的数字, 去计算发生特定事件发生的可能, 然后根据概率学理论去计算数学难题。由于问题数量大的特点, 解决问题的步骤非常复杂, 学生在复杂的问题解决过程中经常会犯错误, 这将影响问题解决的准确性, 更严重的时候将会导致学生受到复杂问题解决过程的影响, 降低甚至失去学习高等数学的学习兴趣。基于在概率论知识中基本概念概率, 利用概率分布特性, 我们可以对复杂的问题解决过程提供一个简短的响应, 这也是可以提高大学生的解决高等数学问题的解题效率, 有效提高计算准确性的好方法。因此对于大学生主动学习高等数学知识培养了更好的学习习惯, 和帮助大学生在进行计算过程中的解题耐心起到了很大的提升。比如计算高等数学 $\sum_{k=2}^a C_a^k x^k y^{a-k} (x > 0, y > 0)$

的时候, 通过详细的分析, 可以提前准备类似硬币的道具, 通过无数次的随机抛出, 不要求每一次抛出都必须采用不均匀的抛出方式, 当道具掉落在地面上后, 数字为正, 花纹为反, 则任何一面向上的概率都可以用 $P=x/(x+y)$ 进行表示, 进行记录的时候, 可以在上抛 A 次整个过程中, 出现的正面次数用字母 T 表示, 于是得出: $P=(T=k) = C_a^k p^k (1-p)^{a-k}, (0, 1, 2 \dots a)$, 从其中的分布规律理论可以明确得出:

$$1 = \sum_{k=0}^a p(T=k) = \sum_{k=2}^a C_a^k p^k (1-p)^{a-k} = \sum_{k=0}^a C_a^k (x/(x+y))^k (y/(x+y))^{a-k} \text{。最后, 针对这一计算问}$$

$$\text{题, 可以得出结果为: } \sum_{k=2}^a C_a^k x^k y^{a-k} = (x+y)^b - y^a - axy^{n-1} \text{。}$$

2.4 在反常积分中的应用

反常积分计算对于高等数学学习来说, 是非常重要的一个章节, 需要学生重点学习, 这一章节的学习和计算能力的培养, 也可以根据概率学理论的知识来帮助计算, 实际计算某些积分问题的时候, 仅仅通过二重积分的极坐标变换的应用方法, 计算时的难度很大, 使问题难以求解。概率学理论中正态分布方法的和计算中的有机结合, 可以很大程度能够降低求解反常积分练习的难度, 对于解题过程和正确率也能起到事半功倍的效果。

同时, 在计算伯松积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{r^2}{z}} dx$ 的时候, 利用 $N(0,1)$ 的

密度函数可以得出 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{z}}$, 然后可以推导出

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{z}} ds = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{z}} dx = \sqrt{2\pi} \text{。在整个计算过程}$$

中, 对比二重积分的极坐标变换的应用方法, 在计算中使用正态分布解决这一类关于反常积分问题, 在计算过程中, 使用概率学理论, 可以使难度相对降低, 比如刚刚的高数问题就成功拓展到

像公式 $\int_{-\infty}^{+\infty} p_n(x) e^{-p(x)} dx$ 的计算。而 $P_n(x)$ 属于高等数学中的多项式函数, 概率论的知识可以在很大程度上, 实现这类异常积分问题的难度得到有效地降低。现在, 在解决这一类问题的时候, 可以有效结合反常积分法或者正态分布期望公式等方式来帮助函数求解, 通过这些方法可以帮助反常积分问题的计算步骤得到实质的简化, 从根本上解决存在的误差, 帮助大学生更加容易理解和减少在计算积分问题时错误地出现, 有效提高大学生在解决高等数学问题时的计算效率和解题质量的整体提高。

3 新时代高等数学学习的新要求

学生在学习高等数学的过程中, 需要主动去理解知识点背后的本质, 不断提高解答问题的数学能力, 只有充分经过反复思考和主动学习更多的知识才能掌握了解高等数学的本质和内涵。始终明确学习目标, 充分理解知识点的内在联系, 找寻适合自己学习的学习方式, 提高高等数学学习效率。

结语: 为了解决高等数学教学过程中面临的问题, 需要教师在上课过程中, 引导学生掌握基本概念, 帮助学生正确理解概率论理论, 鼓励学生发散思维, 有机的将概率论理论融合到实际数学问题的分析过程中, 促进解决问题简化, 提高学生计算能力和解决问题时候的实际效率, 提高学生面对数学难题的时候解题能力的, 在保证计算结果的正确的基础下, 帮助学生建立解决数学问题的自信心, 逐步培养他们学习高等数学的积极性和创造性。

参考文献:

[1] 滕吉红, 鲁志波, 黄晓英. 在《概率论与数理统计》教学实践中反思《高等数学》教学[J]. 高等数学研究, 2017, (01): 117-120.
[2] 陈兴同, 李金玉, 周圣武, 章美月. 高等数学类课程直观性教学法的探索——以“概率论与数理统计”课程为例[J]. 教育教学论坛, 2015(20): 167-168.

作者简介: 徐静 (1978-), 女, 汉族, 陕西凤翔人, 本科, 讲师, 主要研究方向: 高等数学、线性代数、概率论与数理统计等教育教学研究。