

新旧高中数学教材（人教A版）解三角形 内容比较分析

张吉好

南京信息工程大学 教师教育学院, 中国·江苏 南京 210000

【摘要】通过分析新旧人教A版高中数学教材“解三角形”内容,发现新版教材版面更符合学生的阅读需求,内容编排更重视知识点间的联系,证明方式更注重思想方法的迁移,例题设置更突出示范引领性。建议教师在教学中充分关注并利用这些变化,促进学生数学能力、数学素养的进一步发展。

【关键词】解三角形; 比较分析; 教学启示

Comparative Analysis of Triangle-solving Content in Old and New High School Mathematics Textbooks (PEP Version A)

Zhang Jiyu

College of Teacher Education, Nanjing University of Information Science and Technology, 210000, Nanjing, Jiangsu, China

[Abstract] Through the analysis of triangle-solving content in old and new high school mathematics textbooks (PEP Version A), it is found that the layout of the new textbook is more in line with students' reading needs, the content arrangement pays more attention to the connection between knowledge points, the proof method focuses more on the transfer of ideas and methods, and the setting of examples is more exemplary and leading. It is suggested that teachers should pay full attention to and make use of these changes in teaching to promote the further development of students' mathematical ability and literacy.

[Keywords] Triangle-solving; Comparative analysis; Teaching enlightenment

“解三角形”是高中数学教学的重要内容之一,以正、余弦定理及应用为主。选取新旧人教A版高中数学教材^[1-2]“解三角形”内容进行比较分析,以期在深度理解、挖掘内容的基础上,为教师更好地使用新版教材提供启示。

1 课程标准内容要求

课程标准是教育教学的指导性文件,是教材编写的基本准则。两版教材分别依据《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称“《03课标》”)、《普通高中数学课程标准(2017年版)》(以下简称“《17课标》”)编写而成。通过对比两版课标的课程结构及知识目标等,能够更好地理解教材的教学任务。

在《03课标》的基础上凝炼了六大学科核心素养,整合了原有的三维目标,以落实立德树人为根本任务,形成了《17课标》。标准^[3-4]中涉及“解三角形”内容要求的比较结果如表1所示。

表1 新旧版本课标中涉及到的“解三角形”内容要求比较

《03课标》		《17课标》	
模块	内容要求	主题	内容要求
数学必修5解三角形	①通过对任意三角形边长和角度关系的探索,掌握正、余弦定理,并能解决简单的三角形度量问题。②能够运用正、余弦定理等知识和方法解决与测量和几何计算有关的实际问题。	几何与代数 向量应用与解三角形	①借助向量的运算,探索三角形边长与角度的关系,掌握余、正弦定理。②能用余、正弦定理解决简单的实际问题。

* 划线部分为课标相异内容。

可以看出,新课标中“解三角形”内容以向量作为载体呈现,属于几何与代数主题。在内容要求上,旧课标直接探索任意三角形边长和角度关系,新课标以向量为载体,连结几何与代数,让学生通过向量探索三角形边长与角度的关系,进而掌握余弦定理和正弦定理。新课标进一步描述了探索方式,更具操作性。值

得注意的是,新课标删去了旧课标中“能解决简单的三角形度量问题”“与测量和几何计算有关”等表述,表述更加精炼。同时,新课标还调整了正弦定理和余弦定理的顺序,将余弦定理前置,符合学生由浅入深、由简到繁的认知规律。

总的来看,新课标优化了文字表述与课程结构设置,且更注重向量知识的应用。有助于学生掌握向量工具,感悟其在数、形间的桥梁作用,提高其数学应用意识,促进学生数学抽象、逻辑推理等数学学科核心素养的发展。

2 教材内容呈现

2.1 教材内容的版面及编排

2.1.1 教材内容的版面

旧版教材整体版面呈深色,以灰色或暗绿色渲染为主,色调单一;探究、思考、习题等部分也多用灰色或暗绿色矩形框框出;旁白则以白色为背景,以阴影强调效果。新版教材打破了单一色调,色彩搭配多元且清新明亮,整体版面以白色为背景,不同部分采用不同的颜色框出:探究部分用渐变蓝色框框出,思考部分用渐变橘色框框出,习题部分用灰蓝色框框出。旁白则以海蓝色框的形式引出。图示也从黑色转变为多色组合。

两版教材的版面设计都兼顾了整体性和逻辑性。相较而言,新版教材的版面设计更具有美观性和可读性。明亮多元的色彩符合当代高中学生的阅读需求,视觉上也更清晰醒目,能更好地激发学生阅读数学教材的兴趣。同时,探究、思考、习题、旁白不同栏目颜色各异,有助于学生在上课过程中快速定位并予以关注。除此之外,旧版教材对定义、定理采用局部加粗改色(暗绿色)的方式,新版教材在此基础上,对定义、定理整体进行了加粗改色(湖蓝色),更便于学生攫取重点、强化记忆。

2.1.2 教材内容的编排

“解三角形”内容位于旧版教材必修五第一章。新版教材为更好地保留数学知识的逻辑性与连贯性,将该内容编排在了必

修第二册第六章第四节平面向量的应用中。正如将三角函数融入函数主题是为了函数知识的系统构建,向量与解三角形联系紧密,将解三角形作为平面向量的一种应用,串联相关知识点,符合学生的学习规律,有助于解决旧教材中向量与解三角形知识点间跨度大、学生易遗忘的问题,保证了知识的系统性。

在知识点的编排上,正、余弦定理的教学顺序也发生了变化。旧版教材先学习正弦定理,后学习余弦定理,新版教材的顺序则与之相反,这与《17课标》的表述一致。

2.2 证明方式的选择

2.2.1 余弦定理的证明

两版教材都借助向量数量积证明余弦定理。从历史的眼光看,17世纪至20世纪余弦定理的推导方式主要为欧式几何法、射影公式法、解析几何法,向量法是晚近才出现的一种方法^[5]。

新版教材选择保留旧版教材中余弦定理的证明方式,没有选择计算较为方便且容易接受的解析法等其他证明方式,除了考虑到向量与解三角形的密切联系,更是为了让学生体会并理解向量能强有力地联结几何与代数的重要作用。同时,采用向量数量积的方式进行证明,符合课程内容——平面向量的应用。

2.2.2 正弦定理的证明

新旧两版教材对正弦定理的证明都采取了分类讨论的方法,先从直角三角形的边、角关系入手得到

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ 关系式, 进而讨论在一般的三角形中}$$

上述关系式是否仍然成立。讨论一般三角形时,新旧两版教材在方法的选择上发生了较大的变动:旧版教材采用先做高,后借助直角三角形中的边、角关系予以证明的方式;新版教材先借助诱导公式将角的余弦转化为角的正弦,其次承接了余弦定理证明方式的思想,考虑到向量的数量积与长度、角度都相关,故也采用数量积进行证明。单独来看,新版教材正弦定理的证明篇幅较旧版教材略长,对学生的思维挑战也较大,没有旧版教材简洁易懂,但突出了教学内容的连贯性。

综合来看,新版教材的编排更加重视数学知识,数学思想方法之间的联系,更加注重培养学生对所学知识方法的迁移、应用。使学生能从余弦定理的证明方式中理解思想方法并迁移至正弦定理的证明,符合学生思维发展的顺序,便于学生形成完整的知识体系。一定程度上,也检验了学生对借助向量数量积解决三角问题的掌握情况。

2.3 教材例题的设置

对新旧版教材“解三角形”内容正文部分的例题进行统计对比。例题选取教材中明确带有“例”字样的题目。统计结果如表2所示。

表2 新、旧版教材“解三角形”内容正文部分例题数量对比

	余弦定理部分	正弦定理部分	应用举例部分	总数
旧版教材	2	2	9	13
新版教材	2	2	3	7

可以看出,旧版教材的例题总数明显多于新版教材,但新版教材各部分例题数量设置更为均衡。新版教材关注到了例题本身的示范引领性^[6]。在应用举例部分大幅减少例题数量,从9道减至3道,避免了例题冗余,优化了例题质量,更贴合生活,更适合学习。

值得注意的是新版教材在旧版教材“问题+解答”的基础上,在某些复杂例题的解答前添加了对于该题的综合分析,引导学生从条件中着手,找寻问题的数学本质,渗透了转化和化归的数学思想方法,有助于培养学生数学抽象、逻辑推理的

素养。另外,新版教材的例题数据较旧版教材更为简单。以正弦定理证明部分的例题为例,旧版教材选取 32° 、 81.8° 等不易算出正余弦值的角度,而新教材则选取 45° 、 30° 等学生熟悉的角,更重视学生对知识本身的掌握,不在计算上设限。

3 结论与启示

通过对新旧人教A版教材“解三角形”内容的比较分析,发现新教材的版面更具审美价值,教学内容的编排更重视知识点间的密切衔接,证明方式更具有承接性,优化了例题设置。为更好落实新课标理念,对“解三角形”内容的教学提出以下建议:

3.1 发挥版面优势,辅助数学学习

新版教材的版面更具美感并满足学生阅读需要。教师在上课时充分发挥新版教材的版面优势,引导学生关注探究、思考、习题等部分,推进教学活动的高效展开。教师还要抓住新版教材图示颜色多元的特点,利用颜色的不同更明确地向学生指出所说的边或向量,更好地辅助学生的数学学习。

3.2 重视证明过程,领悟思想方法

首先教师应重视并逐步引导学生亲历余、正弦定理的证明过程,让学生经历从形到向量、借助向量运算解决问题、从向量回归形的“三部曲”^[7]。在证明的过程中,使学生理解向量的作用,领悟化归与数形结合的思想方法。其次,新版教材先安排余弦定理的学习,后安排正弦定理的学习,就证明过程而言,发展了学生的迁移思想。教师应当转变传统的教学思路,让学生借助向量运算来探索三角形的边角关系,通过余弦定理的证明中进行正弦定理的证明,实现有效迁移。最后,当学生提出不同的证明思路时,教师应当积极地予以反馈,以上课探究或布置作业的形式,让学生感受其他证明方法的过程,领悟思想,发散思维。

3.3 把握教材例题,提升解题能力

新版教材优化了例题的数量与质量。教师在教学过程种要多关注带有“分析”字样的例题,引导学生自行理解分析过程并独立求解,锻炼学生自主分析和解决问题的能力。其次,教师应及时归纳例题中出现的数学本质和数学思想方法,让学生理解“通性通法”,达到“题半功倍”的效果,提升解题能力。最后,新课改提出了“变教教材为用教材教”,教师在处理教材时要有更多的自主性、情景适应性和教学创造性^[8]。对有些例题,教师应当基于题目,深度思考,进行有效的拓展,或深入情境创设、或进行变式教学,以开拓学生的数学视野。

参考文献:

- [1]人民教育出版社课程教材研究所.普通高中教科书必修五(2007年A版)[M].北京:人民教育出版社,2007年1月第3版:2-18.
- [2]人民教育出版社课程教材研究所.普通高中教科书必修二(2019年A版)[M].北京:人民教育出版社,2019:42-52.
- [3]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(实验)[M].人民教育出版社,2003.
- [4]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[M].人民教育出版社,2017.
- [5]汪晓勤.20世纪中叶以前的余弦定理历史[J].数学通报,2015,54(08):9-13.
- [6]吴立宝,王富英,秦华.数学教科书例题功能的分析[J].数学通报,2013,52(03):18-20+23.
- [7]杨净灵.高中数学人教A版新旧教材的比较研究[D].哈尔滨师范大学,2021.
- [8]吴亮奎.我国教师的教材素养及其面临的时代要求[J].当代教育与文化,2018,10(04):58-63.

作者简介:

张吉好(2001.6-),女,汉族,江苏省无锡市,本科,数学与应用数学(师范)。