

微积分在大学物理电磁学的教学应用

李云凤 周 瑞 (通讯作者)

(新疆科技学院 化工与纺织工程学院 新疆 库尔勒 841000)

摘 要: 微积分是高等数学中研究函数的微分、积分以及有关概念和应用的数学分支,在大学物理教学中它不仅是一种数学工具更是一种思维方法。在大学物理电磁学章节的教学环节中对其应用非常广泛,每每至此,学生普遍反映难、不易理解,所以研究微积分思想在电磁学部分的运用是大学物理教学中重要的科学方法之一。本文通过阐述微积分思想在电磁学教学中的应用,并从例题进行分析,表明在电磁学中融入微积分思想更有利于提高课堂效率,提升教学效果,激发学生学习大学物理的兴趣,培养学生解决问题的能力,促使他们更好的掌握多种类型知识,促进学生全面发展。

关键词: 微积分;大学物理;电磁学;应用

Application of Calculus in the Teaching of College Physics Electromagnetism

Li Yunfeng Zhou Rui (correspondent)

(School of Chemical Engineering and Textile Engineering, Xinjiang University of Science and Technology, Korla, Xinjiang 841000)

Abstract: Calculus is a branch of mathematics that studies the differentiation and integration of functions and related concepts and applications in higher mathematics. It is not only a mathematical tool but also a thinking method in college physics teaching. It is widely used in the teaching of electromagnetism in college physics, and it is often difficult for students to reflect it and understand it. Therefore, studying the application of calculus in electromagnetism is one of the important scientific methods in college physics teaching. This paper expounds the application of calculus in electromagnetism teaching, and analyzes some examples. It shows that integrating calculus into electromagnetism is more conducive to improving classroom efficiency, improving teaching effect, stimulating students' interest in learning college physics, cultivating students' ability to solve problems, promoting them to better master various types of knowledge and promoting students' all-round development.

Keywords: Calculus; College physics; Electromagnetism; app; application

0 引言

《大学物理》不仅是自然科学的基础理论,更是各大高校理工科学生必修的一门公共基础课程。通过该门课程的学习,学生不仅能掌握基本的物理概念、物理思想和物理方法,更为重要的是培养学生的学习方法、思维方式,形成辩证唯物主义的世界观和方法论,为以后的发展奠定一定的基础。大学物理课程与初、高中课程有着一定的区别:初高中物理大多是特殊情况,是一些理想化的状态或者研究的是恒力、匀速运动等单一的情况,用到的更多是代数运算;而大学物理体系更为全面、更高深、难度更大、涉及面更广、理论性更强,纯代数运算很少,基本都是通过微积分进行问题的求解。为此为了降低学生学习大学物理的难度,全国各大高校在制定自己的教学计划时都将《大学物理》这门课程安排在大一下学期和大二上学期来进行,以便让学生储备一些微积分知识后再开展物理学习。对于我们教师来讲,在进行教学的过程中我们更需要将微积分思想和物理教学充分融合。

电磁学是物理教学中重要的章节之一,在电磁学中很多的物理量都是人为规定的,微积分和电磁学在很多方面都是一拍而合的。微积分就是为了计算一些分布不均匀且连续量的和的,在电磁学中有很多这样的量:如电场强度、电通量、磁通量等,甚至在电磁学中很多物理量是通过微积分直接来定义的^[1]。然而,由于学生掌握高等数学的基础不扎实,没有真正理解导数、微积分的意义,再加上中学时期学习电磁学带来的一部分影响,导致多数学生在刚接触电磁学内容时,普遍认为学习难度较大,学习较为困难。因此研究微积分在电磁学部分的教学应用,通过实例强调如何使用微积分思想求解物理问题,使学生将微积分思想、原理和方法同物理问题相结合,从而提高课堂效率,改变目前的教学现状,进一步提升大学物理的教学效果。同时帮助学生重视微积分理论和技能的学习,激发学生学习大学物理的兴趣,提高学生解决问题的能力,促使他们更好的掌握多种类型知识,促进学生全面发展。

1 微积分的简单介绍

微积分是微分学和积分学的总称,二者互为逆运算。微分分析的是微小的变化情况即无限的切割,积分就是求和。微积分是把世界上的曲线,不规则的面积,分割成非常小的一段一段的,或者一块一块的无限接近规则图形的图形,然后把一段段、一块块加起来求和就是曲线或者不规则图形的面积,这为电磁学的计算提供了一定的理论基础和方法。

2 微积分对电磁学教学的重要意义

微积分思想最初是为了解决自远古以来人类感兴趣的四个主

要问题而诞生的,直到艾萨克·牛顿与戈特弗里德·莱布尼茨在前人的基础上发明了微积分这个强大的数学工具,才使得一些复杂的计算变得简单可行。微积分使人类思维进入到无限小分析领域,使人类的视野由有限发展到无限,由静止发展到运动,这种思维有利于学生改变在初等数学学习中认为数学只是静态的一面,体验到数学知识所具有动态的一面^[2]。因而,电磁学的教学中,微积分不再是数学中一个个简单的数学符号而是具有明确的物理含义——它是在一个过程中发生了明确的变化或者累积的物理量,所以微积分思想在物理里面不是单纯的一种数学工具,而是一种解决电磁学问题的科学的思维方法。

电磁学章节中,“以直代曲”法和积分常量提出法是我们解题时常用到的微积分方法。其中,“以直代曲法”的核心思想——极限思想:在求变力做功、非均匀电(磁)场穿过任意形状的曲面的电(磁)通量、任意形状的载流导线在非均匀磁场中所受的安培力等都有应用;积分常量提出法——计算积分过程中把积分过程中的常量提出来计算简单化:在高斯定理求解电场强度、安培环路定理求解磁感应强度以及任意形状的载流导线在均匀磁场中所受的安培力等有所应用^[3]。因而在解题时,学生首先根据具体题目找到关键信息,然后将关键信息转为物理(或数学)语言,再利用微积分思想找到解题思路,列出所需物理公式,其次利用上述方法进行解题,最终再回归到物理问题上来即可。由此可见,将微积分思想融入电磁学日常教学中,一方面可以使学生在学习过程中较为轻松的掌握相关知识、提高教学效率,改善目前课堂知识难、学生听不懂的现状;另一方面也有助于夯实一些学生在学习物理概念、解决具体问题中把握关键点,能够做到在课堂上听得懂老师在讲什么,课后解决问题时也能将复杂的问题划分成若干个已学知识进行解决,这也是学生学好电磁学部分的关键之处。

3 微积分在电磁学教学中的应用

3.1 利用微积分思想解题的思路

大学物理中我们所用到的微积分几乎全是定积分,它涉及积分变量、积分上下限和积分元的选取问题:如果积分元和积分变量选的好,计算就将简单化;如果积分元和积分变量选择不恰当,会适得其反使计算变得更为复杂、甚至是无法求解。因此,教师在运用微积分开展电磁学教学时,需要根据实际问题具体分析来运用微积分,不能一概而论;对学生而言,他们需要根据题目选择合适的坐标系(如一维坐标、二维坐标、三维坐标等),然后将问题中出现的时间、空间按要求进行分割,选取其中任意一个部分作为合适的研究对象(即选择合适的积分元和积分变量)。在对时间和

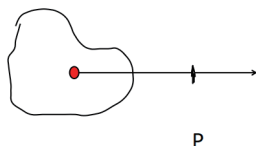
空间的分割时要注意,分割后的时间、空间都要保证与物理量的分布基本吻合,并且每一个小的时间和空间都要研究意义,也就是说空间与时间之间具有一定相似性,学生在面对这部分问题时就可以采用初级的物理公式和原理,求出题目里的物理量微分^[4]。当解出物理量微分后,学生再对其进行集中的求和,也就是求积分,重点强调的是学生需要将分割物体的所有部分都进行求和,不能遗漏,否则算出的将是错误的结果。

3.2 微积分在电磁学教学中的具体应用

下面从几道例题来具体分析一下微积分在电磁学部分的重要应用:

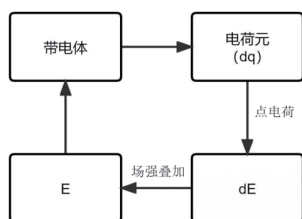
3.2.1 在静电场中求电场强度 E 的运用

例 1 如图所示,有一连续的带电体,体积为 V,电荷连续分布,试计算任意一点 P 的电场强度。



分析:对于一个连续的带电体,上面分布着电量,在空间中激发了电场,求任意一点的电场强度时,若将其看作点电荷系,划分成点电荷则有无穷多个,一个一个去计算再求和,这样显然不合适;如果将其看作一个点电荷似乎也不可行,原因在于连续带电体自身每一处的带电量距离所研究点的距离、大小、方向都不一样。所以利用前面所学的点电荷和点电荷系都不能用了。此时,我们需要采用微积分的思想——微元法。

(1) 微元法——是解决物理问题中最常用的方法之一,它的使用将复杂的问题简单化,然后利用所学的知识去求解。学生在使用微元法解决物理问题时,需要将题目分解为多个较小的元过程,并且需要保证每个元过程的规律不变,只需要对这部分元过程进行分析,采用较为简便的方法进行处理,就能够得到答案,这样便于学生理解和掌握,也有助于建立他们学习的信心^[5]。这道题的目的是让我们求这个带电体某一点处的电场强度,不好作为一个整体进行求解,那我们可以利用微元法将带电体进行分割,分割成无数多个电荷元 dq。由于每一个电荷元是一个无穷小量,所以电荷元可以看作点电荷,那我们将每一个电荷元的电场强度表示出来,然后它的叠加就是积分,求解积分就可以算出任意一点的场强(流程图如图所示)。



电荷元可以看作点电荷,根据点电荷的电场强度,电荷元 dq 的电场强度就可以表示为:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

总场强(所有电荷元激发的电场)则可以用积分法求得。

(2) 积分法——主要利用的是磁体异常的一部分曲线进行求解,这种方法的运用能够将局部产生的干扰降到最低,计算结果较为准确^[6]。在使用这种方式进行解题的过程中,需要注意观测曲线的数值,避免由于相邻磁体的干扰导致最后求出的结果存在误差,与此同时,还需要对磁体的形状进行确认,根据形状选择合适的计算公式。利用积分法大多数是应用于求原函数,按照原函数的具体定义,要求每一个公式都需要有一个相互对应的函数^[7]。在这个过程中,我们用到积分常量提出法,根据题意可以求出 P 点的场强为:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \int d\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dq \vec{e}_r \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \int dq \vec{e}_r \end{aligned}$$

对于积分变量 dq 如何求取、如何分割才能积分出来呢?这成为学生的一大难点。教师在讲解过程中要告诉学生,在进行电荷元的选取时要根据不同的形状选取,并且我们目前所考虑的还是具有一定特殊性的均匀带电体,这样处理起来方便点。

大学物理中我们常遇到的带电体

均匀带电体形状	电荷密度	电荷元
带电线(线性分布) $dl \rightarrow$ 线元	线密度 λ (单位长度内的带电量)	$dq = \lambda dl$
带电面(面分布) $dS \rightarrow$ 面积元	面密度 σ (单位面积的带电量)	$dq = \sigma dS$
带电体(体分布) $dV \rightarrow$ 体积元	体密度 ρ (单位体积的带电量)	$dq = \rho dV$

以上就是我们在大学物理电磁学部分经常会遇到的一些带电体,以及带电体如何截取积分变量、各参量的关系,掌握了这些带电体的特征学生在处理问题时会简单很多。

例如:长为 L 的均匀带点细棒,带电量为 q,求图示 P 点处的电场强度。



分析:带点细棒不同位置处的电荷在 P 电产生的电场,它们的距离差别很大,所以细棒不能看作点电荷,不能直接用点电荷的电场强度进行计算。我们需要将带电体进行分割。

怎么分割呢?利用微积分的方法。首先为了问题描述的方便我们建立一个坐标 ox,然后在细棒满足上述表格中的线性关系,所以运用微元法将细棒分割成无数小份,任意位置处取一个线元 dx, dx 所带电量为 dq,则电荷元满足 $dq = \lambda dx$,距离 o 点的距离为 x,可以先找到电荷元 dq 在 P 点产生的电场强度。

由于电荷元 dq 足够小,可以看作点电荷,结合微分思想根据点电荷的公式推出电荷元的电场强度:

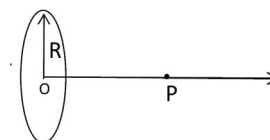
$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (a+L-x)^2}$$

处在不同位置处的电荷元在 P 点都将激发电场,它们所激发的电场大小虽然不一样,但是它们的方向是一致的,因而整个细棒在 P 点激发的电场满足叠加关系,即积分,运用积分常量提出法得到总的电场强度:

$$E = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (a+L-x)^2} = \int_0^L \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (a+L-x)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(a+L)}$$

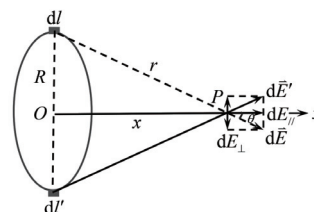
因为电场强度是矢量,最后再加上方向即可。

例 2:正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的圆环上,计算通过环心 o 点,并且垂直圆环平面的轴线上任意一点 P 处的电场强度。



分析:由于带电圆环属于连续分布的带电体,所以我们要用到微积分思想,先运用微元法将圆环分割成无数小份,然后截取任意一小段作为电荷元 dq,根据正电荷电场线的分布情况,画出 dq 在 P 点的场强方向。由于圆环具有对称性,所以可以在圆环上找到与 dq 对称的位置 dq', 它们的电场强度大小相等,方向相反,两电场一合成,总电场沿着 x 轴方向。那么我们在圆环上任意找都能满足这样的结果,所以根据电荷分布的对称性,可以得到带点圆环所对应的电场强度最终沿着 x 轴方向的。此外,也可将两个电场强度分解在 x 轴和 y 轴,我们发现 y 轴电场强度的分量的合场强为 0,最终也沿着 x 轴方向,方向确定后,我们只需要对其大小进行计算便可。

电荷元 dq 在 P 电产生的场强大小为 dE,电荷元足够小可以看作点电荷,所以:



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

有效的部分沿着 x 轴是它的分量

$$dE_x = dE \cos\theta = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta$$

从图中可知 $\cos\theta = \frac{x}{r}$

$$dE_x = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{x}{r}$$

其次,运用积分法——合场强 E 就等于每一个电荷元所激发的电场强度沿着 x 轴的积分

$$E = \int dE_x = \int \frac{x}{4\pi\epsilon_0 r^3} dq$$

式中自变量是 q, 所以前面的可以看作常数提出来, 最终对 dq 进行积分便可算出电场强度 E

$$\because r = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$\therefore E = \frac{xq}{4\pi\epsilon_0 (\sqrt{R^2 + x^2})^3}$$

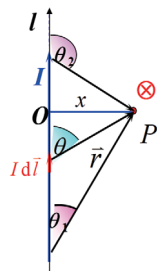
由此可见,对于电磁学教学,教师需要引导学生从微积分的方向,对题目进行重新审视与思考,将较难的题目不断进行简化,根据不同的电荷分布情况,寻找适合的微元,从而将题中的信息代入到公式中,得出正确答案^[8]。

3.2.2 在稳恒磁场中求磁感应强度 B 的应用

微积分在恒定磁场中也有广泛的应用。在中学阶段学生已经知道了电流会产生磁场,并且可用右手定则判断磁感应强度的方向且能够对匀强磁场进行简单的计算,但是没有学习如何计算非匀强磁场的磁感应强度的大小^[9]。日常生活中电流所激发的磁场是非均匀的,因而空间中不同位置处磁场(包括大小和方向)是不一样的,所以对其进行计算不能再简单的运用磁感应强度公式直接进行计算,而是要用到微积分的思想。我们知道电生磁,对于通电导线来讲磁场是电流所激发出来的,因而在运用微元法时,应该对电流进行分割而不是对磁场进行分割,这就是前面我们说过的要选择正确的研究对象,否则问题将变得复杂化。

运用微元法将一段载流导线进行分割,任取一线元 $d\vec{l}$, 其中线元上的电流为 I , I 与 $d\vec{l}$ 的乘积物理上称为电流元 $I d\vec{l}$, 将电流的方向设为线元矢量的方向,我们就可以将一段导线看作由许许多多的电流元构成。那么载流导线在空间某点的磁感应强度 \vec{B} , 就可以看作所有电流元在该点的叠加,运用积分求解即可。

例 3: 如图所示, 设一段在载有电流 I 的直导线, 试计算距离导线 x 处的 P 点的磁感应强度 \vec{B} 。



分析:(1)运用微元法——将直流导线分割成无数小份,每一小份就是一个电流元,它们都将在 P 点产生磁场,并且磁场的方向相同。根据右手定则,方向均垂直纸面向里,这样我们就将矢量积分转化为标量积分。

建立坐标系 o 轴,在 l 处取一个线元 $d\vec{l}$ 组成一个电流元 $I d\vec{l}$ 。电流元到达 P 点的位矢为 \vec{r} , 两者夹角为 θ , 根据毕奥萨伐尔定律^[10]可知

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \sin\theta}{r^2}$$

(2)运用积分法——直导线上所有的电流元在 P 点产生的磁场的和磁感应强度大小为:

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \sin\theta}{r^2}$$

其中式子里的变量有三个 l 、 θ 、 r , 没办法进行积分,但它们之间是相关联的,为了便于积分我们还需要统一变量。从图中可以得出彼此的关系为:

$$x = r \sin\theta, l = -x \cot\theta$$

其中负号是因为电流元 $I d\vec{l}$ 处于 o 的负半轴,再将上式两边同时进行微分,可得到:

$$dl = \frac{x d\theta}{\sin^2\theta}$$

将统一变量后的物理量带入 dB ,

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sin\theta d\theta$$

再将其带入磁感应强度的计算式子最终得到载流导线在 P 点产生的磁感应强度大小为

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dB = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

式中, θ_1 为载流直导线起点处电流元与径矢 \vec{r} 的夹角, θ_2 为终点处电流元与径矢 \vec{r} 的夹角。

以上例题体现了微积分思想在电磁学部分的重要应用,掌握好微元法和积分法就可以将复杂的问题简单化,然后运用物理公式达到求解物理问题的目的。由此,教师在进行电磁学部分教学时,有针对性的引导学生运用微积分思想进行学习是非常必要的。

4 结论

本文主要阐述了微积分思想并且分析了微积分思想对于电磁学教学的重要性。通过具体的例题阐述了如何利用微积分思想将复杂的物理模型转化为学生中学期间已经学过的简单的模型进行运算。与此同时,通过探讨微积分在电磁学教学中的应用,可以使教师、学生对微积分的物理意义有更深入的理解和掌握,不仅能改善学生学习的物理的困境,还可以提高课堂效率,培养学生科学思维能力和创新意识,更深入的研究世界,为进一步学习专业课打下坚实的基础。

参考文献

- [1] 杨毓进. 微积分在物理和电磁方面的应用 [J]. 东西南北, 2018(16):82-83.
 - [2] 杨延玲. 大学物理教学中的微积分. 科技信息, 2009(20):424.
 - [3] 黄熙, 饶识, 谭艳蓉, 郭健勇, 陈飞明, 管薇, 胡中华, 许明耀. 微积分思想和方法在大学物理教学中的应用和研究 [J]. 湖北师范大学学报(自然科学版), 2021,41(03):99-104.
 - [4] 张玉环, 王沛. 高中微积分课程国际比较研究——基于十个国家和地区的十四个课标研究 [J]. 数学教育学报, 2016,25(02):36-43.
 - [5] 王宝元. 微积分思想在电磁学教学中的运用研究 [J]. 辽宁师专学报(自然科学版), 2018,20(03):14-16+43.
 - [6] 向娟. 翻转课堂理念及《涡流、电磁阻尼和电磁驱动》的教学设计 [J]. 物理教学探讨, 2015,33(04):28-30.
 - [7] 姚祖军. 大学电磁学的概念性分析与模块化教学解析 [J]. 技术物理教学, 2013,21(02):16-17.
 - [8] 赵岩. 电磁学课堂教学模式研究 [J]. 辽宁师范大学学报(自然科学版), 2000(01):108-112.
 - [9] 王俊峰. 基于数学工具的高中物理与大学物理衔接 [D]. 河南大学, 2018.
 - [10] 马文蔚, 解希顺, 周雨青. 物理学(第七版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- 第一作者简介: 李云凤(1990.04), 女, 汉族, 籍贯: 新疆昌吉州呼图壁县, 助教, 硕士研究生, 主要研究方向: 理论物理-量子物理, 单位: 新疆科技学院, 邮编: 841000
- 通讯作者简介: 周瑞(1993.11), 女, 汉族, 籍贯: 安徽太和县, 助教, 硕士研究生, 主要研究方向: 多晶硅光学生物传感器, 单位: 新疆科技学院, 邮编: 841000

上接第 6 页

[18] 邓微波. 新、老《21 世纪大学英语》读写教程对比研究 [J]. 长春大学学报, 2013(1): 118-121.

[19] 王艳伟. 专业英语教材与测试阅读文本易读度比较研究 [J]. 外语研究, 2021(2): 70-75.

[20] 徐锦芬, 刘文波. 国家安全视域下外语教材建设的内涵与路径 [J]. 当代外语研究, 2021: 73-79+120.

[21] 程晓堂, 孙晓慧. 英语教材分析与设计 (M), 北京: 外语教

学与研究出版社, 2021.

[22] 唐美华, 梁茂成. 大学英语教材词汇复杂度级差分析 [J]. 外语教育研究前沿, 2021(4): 61-68.

淮阴工学院校级创新训练项目: 基于 Coh-Metrix 的教材语篇难度对比研究(序号 454)