

数学问题提出教学模式的探究

——以三角函数概念的教学为例

沈健德 陈引兰 王沁洁 刘旺

湖北师范大学, 湖北 黄石 435002

摘要: 问题提出是数学研究中的重要一环, 将问题提出融入数学教学能给予学生更多的学习机会, 激发学生的兴趣, 帮助学生深入理解知识。本文从问题提出教学的理论基础出发, 借助几何画板工具设计了问题情境, 对“三角函数的概念”的问题提出教学模式进行了探究, 用来帮助教师更好地理解问题提出教学, 从而进一步挖掘问题提出教学的价值。

关键词: 问题提出教学模式; 问题情境; 三角函数的概念;

问题提出既是科学研究中的重要环节, 也是数学教育中有意义的研究课题。近年来, 越来越多的研究者开始关注与问题解决息息相关的问题提出, 有关数学问题提出的讨论也陆续增多, 例如问题提出与问题解决的关系, 问题提出对数学理解的影响等。《高中数学课程标准(2017年版)》中就问题提出作了重要说明: 学生在学习过程中会用数学的眼光发现问题, 会用数学的语言提出问题, 会用数学的思维分析问题, 会用数学的方法解决问题。在数学课程中, 虽然关于问题提出的研究日益增多, 但是在运用“问题提出进行教学”的具体实践方面还需努力。

1 理论基础

问题提出是指在特定的情境中产生新问题或在解决问题的过程中对问题的再阐述^[1]。问题提出的教学模式是指将问题提出融入课堂教学, 给予学生提出问题的机会, 让学生通过提出问题学习数学^[2]。目前, 有关问题提出的教学模式主要有“情境——问题”教学、问题提出教学以及问题提出作为评估手段三个方面的内容。三者课堂教学中各有侧重, 使得问题提出贯穿于课堂教学的整个过程: 课堂的起始阶段, 问题情境创设能有效激发学

生的兴趣, 帮助学生提出独特的问题; 课中探索阶段, 利用问题提出作为教学手段, 给予学生更多的学习机会; 课后巩固阶段, 通过问题提出评估学生的数学理解, 用以调整教学进度, 改进教学策略。

1.1 “情境——问题”教学

“情境——问题”教学模式是指教师在教学起始阶段创设趣味性的数学情境, 用来调动学生的积极性, 引导学生在情境中发现问题、提出问题、分析问题、解决问题, 从而培养学生的问题意识和创新能力^[3]。该教学模式的重点是建立数学问题与情境的联系, 通过情设疑来引起学生的注意, 制造冲突来激发学生的问题意识, 从而为后续的问题解决提供帮助。

1.2 问题提出教学

问题提出教学是指教师将问题提出作为教学手段, 在

教学中融入问题提出, 为学生创造更多的学习机会^[4]。该模式包含学生和教师两个层面的问题提出活动, 从教学的角度可分为课前问题提出准备活动和课堂问题提出活动两大类:

①课前问题提出准备活动: 教师自身基于给定情境提出数学问题; 教师通过改变已知提出数学问题; 教师创设或改编情境让学生提出数学问题; 教师预测学生可能会提出的数学问题; ②课堂问题提出活动: 学生基于给定的问题情境提出数学问题; 学生通过改变已有问题来提出新的数学问题; 教师提出问题让学生求解。

在问题提出教学中, 学生始终处于主动的、自主的学习状态, 其不仅可以综合自己的已有知识, 从情境中提取相关数学要素, 提出自己独特的数学问题, 也能在合作交流中了解不同学生提出的问题, 并通过师生和生生的交流、辩论和批判, 认识有意义的数学问题^[5]。

1.3 问题提出作为评估手段

问题提出能力与数学理解有显著的关系, 其是探测或了解教师和学生数学理解的一种手段^[6]。对教师而言, 问题提出能够让教师更清晰地认识自身对数学概念的理解程度, 从而改善教学策略, 提高教学质量, 最终促进自身的专业发展。对学生而言, 问题提出是学生数学理解的一扇窗户: 教师能够透过学生的问题提出活动了解其数学理解的程度, 学生也能在问题提出活动中加深数学知识的理解^[5]。因此, 教师可以在教学中设计相关的问题提出任务, 用来评估学生的数学理解程度。

2 案例设计探究

下面, 笔者将以高中“三角函数概念”为例展开问题提出教学的探究。

2.1 学情分析

三角函数是一种刻画周期性现象的函数模型, 是高中教材中的重要知识点之一。三角函数作为一类基本初等函数, 是学习后续三角变换和解三角形的重要基础, 是培养学生数学建模素养的核心抓手, 因此其在教学和研究中受到诸多重视。从实际教学效果来看, 三角函数的学习主要存在以

下障碍：①初中所学的锐角三角函数形成前摄抑制；②终边定义法与单位圆定义法的不统一导致概念混淆；③概念学习的抽象性使得学生的理解停留在表象。

2.2 “情境引入”的教学研究

好的问题情境是问题提出开端，顺利地完成任务还需要教师的引导。情境引入环节中可利用几何画板的直观辅助，循序渐进地启发学生发现情境中的数学知识，诱导学生提出问题，并在此过程中发展学生的数学抽象思维。几何画板能在保持动态展示的结构上，逐步进行数学抽象，让学生由浅入深地解析情境中的数学要素，发现和提出重要的数学问题。如提供动态圆周运动情境，引起学生的注意，为探索圆周上点的位置与圆周角的关系做准备。

2.3 “探索新知”的教学研究

三角函数学习的重点在于明确圆上点的位置与圆心角的关系基础上，构建数学模型来表达这种关系。在这个学习过程中，要引导学生完成两个方面的转变：一是实现线段比到坐标比的转化；二是将坐标比进行一般化，实现比值的函数化。在具体的教学设计中，为了减少初中所学锐角三角函数形成的前摄抑制影响，应先引入坐标系，再进行三角函数的探究。这样的设计意图有以下几个方面，一是帮助学生明确研究对象，并用坐标表示圆上点的位置；二是合理地联系学生已有的认知，帮助学生更快速地建立三角函数模型。

在这个环节中，借助几何画板的动态展示，学生已经逐步从问题情境中分离出了数学对象，那么学生能否完成问题提出任务呢？学生会提出什么样的数学问题呢？他们提出的数学问题与教师期望的是否一致呢？对此，可以设计问题提出的教学任务，让学生依托情境进行问题提出活动。

相应的问题提出活动：

(1) 问题提出任务：依据情境，提出你的数学问题或数学猜想，书写下来并与同伴讨论。

(2) 教师预测学生可能提出的问题：

①点 B 的位置表示：用坐标表示，用圆心角表示，用圆弧表示；

②点 B 的坐标和圆心角之间是否有关系？

③如何建立模型来表示点 B 坐标和圆心角的关系？

④其他问题。

(3) 师生合作学习，认同有价值的问题。

教师抛出问题提出任务后，给予学生时间进行充分的思考，然后组织学生进行讨论，选择有价值的数学问题进行研究。这样一方面既可以调动学生的积极性，让学生主动参

与到课堂学习中，在发现和探索中理解三角函数的概念；另一方面，教师也能从学生提出的数学问题中发现学生遇到的学习困难以及学生目前的认知水平与目标要求的差距，从而对教学过程进行动态调整。

2.4 “巩固总结”的教学研究

在完成三角函数的概念学习后，可尝试进行一些简单的运算探究，并通过更改已知条件产生新的任务或问题，在“问题提出——问题解决——问题提出”的往复过程中深化概念的理解。教师可在此基础上，利用问题提出来评估学生的数学理解程度。例如，要求学生改变已知条件，提出新的数学问题并解答。这样一来可以通过问题提出任务检测学生的概念理解程度，二来可以与问题情境呼应，让教学形成一个闭环，完成数学知识与情境的双向意义建构。

相应的问题提出活动：根据表达式 $y = \sin x$ 提出一个数学问题，交予同桌解答。并说明你设计的理由。

3 结语

本文对问题提出的教学模式进行了讨论，并对具体案例进行了研究，目的是向一线教师展示数学问题提出教学模式，为数学教学提供参考，给数学课程提供教学资源。在三角函数概念的教学设计探讨中，通过问题情境，可以很好激发学生的学习兴趣，让学生主动参与到课堂教学中，完成问题提出的任务。虽然不是所有的内容都适用于问题提出教学，但是问题提出的教学模式在学生的学习态度、思维发展和创造力培养上有着独特的优势，问题提出融入到数学课堂中将具有重要意义。

参考文献：

- [1] 尚亚明,何忆捷,熊斌.国外数学问题提出能力影响因素的研究述评——基于学生自身的知识经验和观念系统等“变量”因素[J].数学教育学报,2020,29(02):58-63.
- [2] 蔡金法,姚一玲.数学“问题提出”教学的理论基础和实践研究[J].数学教育学报,2019,28(04):42-47.
- [3] 杨孝斌,汪秉彝.中小学“数学情境与提出问题”教学探析[J].数学教育学报,2004(04):84-87.
- [4] 许天来,蔡金法.作为教学目标和教学手段的数学问题提出[J].小学教学(数学版),2019(10):9-14.
- [5] TICHÁ M, HOS PESOVÁ A. Developing teachers' subject didactic competence through problem posing [J]. Educational Studies in Mathematics, 2013, 83 (1): 133-143.
- [6] SILVER, EDWARD A. On Mathematical Problem Posing [J]. For the Learning of Mathematics, 1994, 14 (1): 19-28.