基于数学建模维度的高中数学核心素养培养研究

涂远才

（遵义市南白中学，贵州 遵义 563100）

摘要：数学建模是数学学科核心素养的重要构成要素之一，是对现实问题进行数学抽象，用数学语言、数学方法表达问题、构建模型、解决问题的素养。该素养的形成与发展，无论对学生的数学学习还是终身发展都有着重要影响。对此，文章结合高中数学教学实例，对基于数学建模维度的高中数学核心素养培养策略展开积极探索。

关键词：高中数学；核心素养；数学建模

核心素养视角下，我们应从技术性、思想性两个不同角度理解数学建模。在高中数学教学中，建模思想有着重要地位，发挥着关键作用。对于教师而言，建模思想是理解数学概念、实施课堂教学的智慧源泉。而对于学生来说，数学建模是一种科学的学习方法，体验数学建模的过程，就是他们领悟建模思想的过程。新课标中指出，数学建模是运用数学语言表达问题、用数学方法构建模型解决问题的素养。因此，在高中数学教学中，教师应注重培养学生的数学建模素养，有意识地将建模思想融入教学过程中，促进学生核心素养的发展。

一、选取内容，渗透模型

建模思想，是高中阶段学生所需具备的基本能力之一。加强建模思想的培育，有助于学生更好地利用数学模型解决实际问题。建模思想在高中数学教学中的渗透，需要教师在选择教学内容时，综合考量学生的认知水平、接受能力，从基础性知识入手，逐步提升难度，循序渐进地促进学生建模意识的形成。另外，由于数学知识本身带有一定的枯燥性，因此教学内容的选择，不仅要符合学生的认知水平，还要满足学生的心理需求，尽量选择一些带有趣味元素的内容，引导学生在建模过程中感受数学学习之“乐”，进而更加积极、主动地探究数学知识，发展建模思维。

例如，在《集合的基本运算》这一课的教学过程中，教师可选择本课的基础性知识—并集，作为渗透建模思想的载体。在教学“并集”这一知识点时，教师可先引导学生类比实数的加法运算，分析、探讨集合的“相加”。如集合 A={1，3，5}，集合 B={2，4，6}，集合 C={1，2，3，4，5，6}，分析集合 A、集合 B 以及集合 C 三者之间的关系。学生们经过观察、思考、类比、推理，可以初步理解、总结出并集的概念。基于学生对并集的初步认知，教师可对并集概念进行补充，进而引出 $A \cup B=\{x|x \in A,\text{或 } x \in B\}$ 这一并集模型，然后用如图 1 所示的 Venn 图将 $A \cup B$ 的公式表示出来。

待学生理解、掌握了并集的概念后，教师可引导他们自主建立并集模型，用来表示集合 A、集合 B 以及集合 C 之间的关系。学生基于对并集的概念的理解，很容易就可以建构出 $A \cup B=C$ 的并集模型。在教学过程中，选取基础性内容渗透数学模型，帮助学生初步了解建模思想。基于学生对实数加法运算的掌握，在教学并集这一基础性知识点时，逐步推进，有意识地、有针对性地将模型思想渗透于其中，并为学生创建了一个可以自主构建并集模型的探究任务，使得学生在学习集合相关知识的同时，切身体验到构建模型的必要性，进而逐步树立建模意识，掌握通过观察、分析、思考、类比等思维活动构建数学模型的方法。

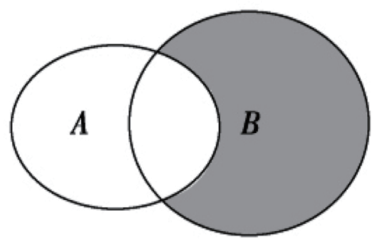

图 1　A ∪ B 公式模型图

二、创设情境，感知模型

数学知识是源于生活并最终服务于生活的。在基于建模思想培育的高中数学教学中，教师要在精心选择教学内容的基础上，围绕教学内容用心创设适切的生活情境，引导学生在生活化情境中进一步丰富模型感知，激发学生探究模型、构建模型的动力。对于高中学生来说，生活情境往往是他们熟悉的、感到亲切的生活场景。这些场景的搭建，有助于他们自主建构模型、利用模型去分析、解决实际问题。教师在创设生活情境时，应贯彻“以学生为中心”的教育理念，引导、鼓励、启发学生收集、汇总情境中的关键信息，然后结合自身已有的知识经验构建数学模型。

例如，在教学《三角函数的图像与性质》这一章节时，为了帮助学生进一步丰富对模型的感知，教师可为其创设以下生活情境：某地区有三个呈等腰三角形分布的村庄，每个村庄分别为等腰三角形 ABC 的三个顶点，已知村庄 A 到村庄 B 与村庄 C 之间的距离是相等的，即 AB=AC。现电力部门计划将一个变电站建立在 BC 边的高 AD 上的一个点 P 上，假设点 P 到村庄 A、B、C 的距离之和为 y，$\angle PBO=\alpha$，那么该将变电站建在什么地方才能保证到三个村庄的距离之和 y 的数值最小。面对这一情境，学生可在分析题意的基础上，提取其中的关键信息、建构数学模型，进而加深对函数魔性的理解与感知。在解答此题时，可先根据题目画出相应的图形，用算式表示出点 P 到村庄 A、B、C 的距离之和，

即 $y=2PB+PA=2\times\frac{3\sqrt{2}}{\cos\alpha}+(3\sqrt{2}-3\sqrt{2}\tan\alpha)=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$\times\dfrac{2-\sin\alpha}{\cos\alpha}$（$0\leqslant\alpha\leqslant\dfrac{\pi}{4}$），假设 y=0，则可以得到 $\sin\alpha=1/2$，进而得到 $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$。然后，我们可以将 α 的取值范围分为 $0\leqslant\alpha\leqslant\dfrac{\pi}{6}$ 和 $\dfrac{\pi}{6}\leqslant\alpha\leqslant\dfrac{\pi}{4}$ 两种情况展开分别讨论，进而得到当 $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ 时，y 的值最小，为 $\sqrt{6}$ km。在解决这一问题的过程中，学生通过提取题目中的关键信息，进而构建数学模型，能够得到建模能力的有效锻炼。工程施工、距离测算等相关问题都与现实生活息息相关，结合现实生活，为学生创设一个函数模型运算的生活情境，引导学生感知数学模型在现实生活中的应用，并积极运用模型思想解决现实问题。

三、师生共析，理解模型

教师作为数学课堂教学的组织者、引导者，在教学过程中，为了帮助学生更好地理解模型，教师应在精心筛选经典数学模型的基础上，与学生围绕数学模型展开共同分析。在分析数学模型时，教师应着重体现数学模型的应用价值，以有效激发、充分调动学生感知数学模型、探究数学模型的兴趣与动力，促进学生数学模型思想的形成。在此基础上，教师还要围绕教材内容，为学生设计相应的练习题目，以帮助学生加深对数学模型的理解与认知。

以《导数的运算》这一课的教学为例，其教学目标在于让学生正确理解、掌握函数的和、差、积、商的求导法则。在教学过程中，教师可先引导学生复习基本的求导公式、回顾导数的意义，然后与学生共同对函数的和、差的导数展开分析。在此期间，教师可先指导学生基于自己对导数定义的理解，自主求解 $f(x)=x^2+x$，推测 $[f(x)+g(x)]'=f'(x)+g'(x)$，然后与学生共同求证。在求证过程中，教师可以引导学生建立一个 F（x）的数学模型，假设该模型为 F（x）是 f（x）、g（x）两个可导函数的和，即 $F(x)=f(x)+g(x)$，然后根据导数的定义，推导出 F（x）的导数为：

$$F'(x)=[f(x)+g(x)]'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{F(x+\Delta x)-F(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)-f(x)-g(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}-\lim_{\Delta x\to 0}\frac{g(x+\Delta x)-g(x)}{\Delta x}=f'(x)+g'(x)$$

当学生逐步掌握一些数学建模方法、积累了一定的数学建模经验后，教师可引导学生运用所掌握的建模方法，尝试自主建立数学模型，来证明 $[f(x)-g(x)]'=f'(x)-g'(x)$。在与学生共同分析模型的过程中，学生通过经历“建立模型→推导模型”的过程，可以进一步理解数学模型，锻炼数学模型思想。这样的教学设计，是基于学生对导数意义、基本求导公式的基础上，为学生设计了一个自主求导的学习任务。通过师生对数学模型的共同分析，让学生亲身经历了整个数学建模过程，然后通过引导学生自主推导导数预算模型，进一步帮助学生掌握了数学建模方法。

四、设计问题，应用模型

在高中数学教学中培养学生的建模思想，还需要教师精心设计相关问题，引导学生在问题的驱动下，锻炼数学模型的应用。教师在设计问题时，应紧扣教材内容，顺应学生已有的知识、经验，结合现实生活，调动学生构建数学模型、探索数学模型的积极性，从而有效锻炼学生的建模能力。此外，在设计具体的数学问题时，教师应紧扣教材内容，设计一些变式问题，引导学生灵活运用数学模型解决问题。另外，为了让学生更好地应用数学模型，教师应注重为学生营造良好的问题思考空间，并适当引导学生的问题思考、数学建模行为。

例如，在教学《等差数列》这一章节时，为了锻炼学生对 $a_n=a_1+(n-1)d$ 等差数列通项公式的应用，促进学生模型应用能力的提升，教师可设计以下问题引导学生：“某客运公司花 98 万元买了一辆大巴车，营运第一年共花费费用 12 万元，从第二年开始费用每年增加 4 万元，这辆大巴每年营运收益 50 万元，那么这辆大巴车在营运几年后开始获利呢？对于这一问题，教师可引导学生尝试运用等差数列通项公式这一数学模型来进行解决。在应用等差数列通项公式 $a_n=a_1+(n-1)d$ 时，可将纯收入与年数之间的关系设为 f（x），根据题意，首项为 12，公差为 4，进而得到数学模型 $f(n)=50n-[12+16+\cdots+(8+4n)]-98$，最后计算出这辆大巴车从营运第 3 年起便开始获利。学生在应用数学模型的过程中，能够使其的建模思维得到有效锻炼，进而更加灵活地运用数学模型解决问题。上述教学设计，以数学模型的应用为出发点，向学生提出了一个有思考价值的问题，驱动学生在解答问题的过程中尝试运用数学模型，使得学生的数学建模思想在运用中得到充分锻炼。

总之，在基于核心素养视角下的高中数学教学中，教师要更加注重培养学生的数学建模思想。在具体培养过程中，教师要用心为学生筛选适合的数学模型，将建模思想渗透于教学过程中，同时还要顺应高中阶段学生的认知水平与已有知识经验，为其创设适切的教学情境，引导学生通过合作探究，构建数学模型，并与学生围绕具体情境共析数学模型的构建问题，组织好数学模型应用活动，使学生真正养成良好数学建模思想，促进学生数学核心素养的发展。

参考文献：

[1] 武薛超 . 课堂教学中数学运算的维度——高中数学核心素养的培养 [J]. 数学大世界（上旬），2021（06）：5.

[2] 张刘成 . 从数学建模的维度浅谈高中数学核心素养的培养 [J]. 中小学数学（高中版），2020（06）：8-11.

[3] 陈学玲 . 高中数学教学中数学建模能力的培养——基于核心素养的视角 [J]. 数学教学通讯，2019（36）：59-60.

[4] 谢姚平 . 培养高中数学核心素养——课堂教学中数学运算的维度 [J]. 数理化解题研究，2018（24）：28-29.

[5] 陈建花，唐鋆 . 数学核心素养——数学建模在高中数学教学中的培养研究 [J]. 新教育，2018（20）：9-13.