

以核心素养为导向的高中数学教学思路研究

——以人教版必修四《三角函数的诱导公式》教学为例

石 焯

(商洛学院, 陕西 商洛 726000)

摘要: 在“关注学生发展、培养学生核心素养”教育改革趋势的影响下, 落实学生核心素养的一个重要方式就是课堂教学。高中数学课堂中渗透核心素养的教学思路为: 解读数学课程标准, 明确教学目标; 分析数学教材, 构建教学体系; 了解学生数学基础, 设计教学策略。本文将对此展开研究, 以期为各位同仁提供参考。

关键词: 数学课堂; 核心素养; 数学教学

核心素养是学生在接受学校教育的过程中, 逐渐形成的能够完成社会实践活动所必备的关键知识、能力和品格。发展学生核心素养需要通过课堂教学来实现, 使不同学科特有的教育价值真正得到落实。数学核心素养包括数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算及数据分析等六个方面, 体现了数学学科的本质特征, 是研究和学习数学的必备品格与关键能力。在高中数学教学中, 不同的教学内容体现着不同的核心素养, 表现出不同的教育价值。本文以人教版必修四《三角函数的诱导公式》第一课时教学为例, 探究以核心素养为导向的高中数学教学思路。

一、解读数学课程标准, 明确蕴含核心素养的教学目标

课程标准是规定学科教学的指导性文件, 也是国家管理和评价各门课程的基础。《普通高中数学课程标准(2017年版)》(以下简称“数学课标”)强调了发展学生数学核心素养的重要性, 明确了核心素养教学目标。以必修课程《三角函数》单元为例, 数学课标规定的教学内容能够体现引导学生感悟数学抽象的层次性, 理解数学抽象的本质; 体现培养学生直观想象与数学运算的核心素养的具体要求; 体现探究教学对培养学生逻辑推理的数学思维方式的独特价值和重要作用; 体现发展学生数学核心素养的实践价值; 体现培养学生“数学建模意识与创新意识”的有效路径。由此可见, 数学课标通过结合具体数学教学内容, 分析数学学科的本质, 对培养学生的数学核心素养进行了明确的规定和描述, 并提供了有针对性的策略发展学生的数学核心素养。

基于数学课标的具体要求, 培养学生数学核心素养的一条有效路径就是将具体化的教学目标渗透到课堂教学中。如, “三角函数的诱导公式”教学目标主要是探讨三角函数的诱导公式。而探讨三角函数的诱导公式需要以函数概念与单位圆相关知识为基础。从本学段高中数学教学的内容来看, 学生之前学到的三角函数知识比较有限, 对三角函数的理解主要是基于表层理解, 对三角函数的概念、图像、性质、诱导公式主要靠机械记忆, 而函数内容又比较抽象, 与学生的生活实际缺少联系, 因此, 学生的数学抽象与概括能力需进一步增强。那么应该如何帮助学生认识三角函数呢? 本节课第一课时“三角函数的诱导公式”要让学生了解数学探究的两个关键点: 一是善于发现, 二是大胆猜想。

结合对数学课标和学情的分析, 本课时的教学内容对发展学生数学核心素养的要求主要体现在渗透数形结合、化归等数学思想; 发展抽象概括与理性推理的数学思维; 树立善于思考与严谨

求实的学习意识等方面。由此设计“三角函数的诱导公式”具体的教学目标: 第一, 通过观察、想象、探究及归纳等方法总结三角函数的诱导公式, 建立树形结合的数学思想, 体验抽象、概括与推理的数学思维; 第二, 通过探究三角函数诱导公式的过程, 了解直观想象与逻辑推理的重要性, 树立善于思考、勇于探究的学习精神。

二、分析数学教材, 构建以核心素养为导向的教学体系

构建以数学核心素养为导向的教学体系, 是体现核心素养目标的有力支撑。如在“三角函数的诱导公式”的教学中, 教学环节需要紧紧围绕“单位圆的对称性”, 以核心素养目标引导整个教学过程。如表1, 构建以数学核心素养为导向的教学体系, 首先, 明确知识线索, 对知识体系进行优化整合; 其次, 结合学生认知发展规律及思维特点, 设计具有层次性的问题串; 再次, 根据问题设计教学活动, 根据核心素养的要求填充教学活动; 最后, 总结主体知识, 提炼探究问题的方法。

三、了解学生数学基础, 设计不同核心素养内涵的教学策略

(一) 通过问题情境创设与引导探究, 树立数学抽象的思维意识

数学抽象是数学学科不同于其他学科的最本质的思维方式, 是数学核心素养的学科特征。对高中生而言, 数学抽象的思维, 主要体现在能从实际问题中抽象出数学概念, 能从实际问题的解决过程中抽象出数学方法, 逐渐形成从具体到抽象的思维方式。

在高中数学教学中帮助学生树立数学抽象思维意识, 可以通过创设具体的问题情境, 以及对已学习过的相关内容进行分析, 引导学生通过观察、思考、探究、合作等方法, 理解数学知识的本质。在“三角函数的诱导公式”的教学中, 教师首先在坐标系中给出不同的角, 如 390° 、 420° 、 540° 、 810° , 设问: “你是否能求出这些角的正弦值与余弦值? 你是否能借助 $0^\circ-360^\circ$ 角的三角函数值求解任意角的三角函数值?”由此引出本节课的探究主题, 从而确定从具体描述到抽象概括的思维路径。在带领学生探究三角函数的诱导公式的过程当中, 一方面, 教师通过动画设计, 呈现角的终边变化的过程; 另一方面, 设计一些能够让学生通过共同体验完成的探究问题。学生的探究活动结束之后, 教师借助几何画板演示动画, 以此来检验学生的探究结果, 并引导学生积极思考、大胆猜想。如“对于任意角 α , $\sin\alpha$ 与 $\sin(\pi-\alpha)$ 的关

表1 “三角函数的诱导公式”教学结构体系

教学环节	问题串	知识线索	知识点	教学设想
问题情境	三角函数定义、诱导公式(一)及其结构特征	单位圆的对称性、任意角的三角函数定义、诱导公式一	终边相同的角的同一三角函数值相等;将任意角的三角函数求值问题转化为 $0^\circ-360^\circ$ 角的三角函数求值问题	通过提问,让学生重视已有相关知识;由已有知识导出新的问题,为学习新知识创设问题情境,激发学生的求知欲。
	求 390° 、 420° 、 540° 、 810° 角正弦、余弦值。			
尝试推导	150° 能否表示为 $(\pi-\alpha)$ 的形式($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)?	单位圆的对称性、任意角的三角函数定义	将任意角的三角函数求值问题转化为 $0^\circ-90^\circ$ 角的三角函数求值问题; 150° 与 30° 角的终边及其与单位圆的交点关于 y 轴对称;对研究过程进行梳理,得出“角间关系 \rightarrow 对称关系 \rightarrow 坐标关系 \rightarrow 三角函数值间关系”研究路线图。	通过几何画板动画演示,引导学生发现 150° 与 30° 角的终边及其与单位圆交点关于 y 轴对称关系,借助三角函数定义,寻找 $\sin 150^\circ$ 与 $\sin 30^\circ$ 值的联系,达到转化为 $0^\circ-90^\circ$ 角三角函数值的目;学生通过主动探索,发现解决问题的途径,体验和领会数形结合与化归的数学思想方法。
	150° 与 30° 角的终边关系如何?			
	设 150° 与 30° 角的终边分别交单位圆于点 P, P' ,则点 P, P' 位置关系如何?			
	设点 $P(x, y)$,则 P' 的坐标怎样表示?			
	$\sin 150^\circ$ 与 $\sin 30^\circ$ 的关系如何?			
	对于任意角 α , $\sin \alpha$ 与 $\sin(\pi-\alpha)$ 的关系如何?			
共同探究(一)	α 与 $(\pi-\alpha)$ 角的终边关系如何?	单位圆的对称性、任意角的三角函数定义、“角与角的关系 \rightarrow 角的终边对称关系 \rightarrow 角的终边点的坐标关系 \rightarrow 三角函数值之间的关系”研究路线	角 α 与 $(\pi-\alpha)$ 的终边及其与单位圆的交点关于 y 轴对称; $\sin(\pi-\alpha)=\sin \alpha$ $\cos(\pi-\alpha)=-\cos \alpha$ $\tan(\pi-\alpha)=-\tan \alpha$	鼓励学生积极做出猜想,引导学生通过类比特殊问题与一般问题,内化方法;借助几何画板,使学生更加直观地体验从特殊到一般的思想,进而领悟数学思想方法。
	设 α 与 $(\pi-\alpha)$ 角的终边分别交单位圆于点 P, P' ,则点 P, P' 位置关系如何?坐标关系如何?			
共同探究(二)	$\sin \alpha$ 与 $\sin(\pi-\alpha)$, $\cos \alpha$ 与 $\cos(\pi-\alpha)$, $\tan \alpha$ 与 $\tan(\pi-\alpha)$ 的关系如何?	单位圆的对称性、任意角的三角函数定义、“角与角的关系 \rightarrow 角的终边对称关系 \rightarrow 角的终边点的坐标关系 \rightarrow 三角函数值之间的关系”研究路线	$\sin(-\alpha)=-\sin \alpha$ $\cos(-\alpha)=\cos \alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan \alpha$ $\sin(\pi+\alpha)=-\sin \alpha$ $\cos(\pi+\alpha)=-\cos \alpha$ $\tan(\pi+\alpha)=\tan \alpha$	由此导出新知识,激励学生敢于迎接挑战;引导学生把求 $\sin(-\alpha)\sin(\pi+\alpha)$ 问题与 $\sin(\pi-\alpha)$ 进行类比,达到熟练运用方法的效果。
	经过以上探究,我们得出两个角的终边关于 y 轴对称的结论,那么两个角的终边关于 x 轴和原点对称有什么结论?			

系如何?”学生通过探究及归纳,自然会得出 $\sin(\pi-\alpha)=\sin \alpha$ 。教师通过展示并分析“角与角的关系 \rightarrow 角的终边对称关系 \rightarrow 角的终边点的坐标关系 \rightarrow 三角函数值之间的关系”的路线图,进一步引导学生得出 $\cos(\pi-\alpha)=-\cos \alpha$, $\tan(\pi-\alpha)=-\tan \alpha$ 。这是两个角的终边关于 y 轴对称的三角函数关系,那么两个角的终边关于 x 轴和原点对称有什么结论?带着这些问题,师生展开大胆猜想,通过分组合作,探究出其余两组诱导公式,并运用公式求解相关的三角函数值。在此,学生建立起了对三角函数的诱导公式的本质认识,也体验了从具体描述到抽象概括的思维路径,能够初步建立起数学抽象的思维。

(二)通过数学问题串设计,发展逻辑推理的数学思维

数学的另一特征就是严谨的逻辑性,主要表现在数学推理的逻辑性上。在高中数学教学中,教师通过帮助学生把握不同事物之间的关联,理清事物发展的脉络,引导学生有逻辑地思考问题,逐渐增强理性思维品质。

在三角函数诱导公式的推导过程中,教师主要是通过设置层层递进的问题串启迪学生进行猜想,从而发展逻辑推理的思维方式。比如 390° 、 420° 、 540° 、 810° 角正弦与余弦值是多少?怎样求任意角的三角函数?师生对这些问题的讨论引发更进一步

的追问,即怎样将任意角的三角函数求值问题转化为 $0^\circ-360^\circ$ 角的三角函数求值问题? $\sin 150^\circ$ 与 $\sin 30^\circ$ 的值的联系如何?对于任意角 α , $\sin \alpha$ 与 $\sin(\pi-\alpha)$ 的关系如何?由此得出公式 $\sin(\pi-\alpha)=\sin \alpha$ 。在这一过程中,学生经历了从特殊到一般的推理过程,并在教师的引导下,经过进一步推理得出诱导公式,并运用诱导公式解决相关的三角函数问题。在这个过程中,学生用归纳、类比的方法,能够发现两个任意角的终边关于 x 轴、 y 轴以及原点对称的关系,得出三角函数的诱导公式,并会通过演绎推理求解任意角的三角函数值,由此培育学生逻辑推理的数学思维。

(三)通过建立数与形的联系,培养直观想象的数学素养

直观想象的素养的培养需要学习者借助图形分析对象,通过形与数的结合理解相关问题,从而构建直观模型去探究解决问题的思路。在高中数学教学中,教师通过渗透数形结合思想、借助几何图形与空间想象帮助学生理解问题、分析问题并解决问题。

“三角函数的诱导公式”这一节教学内容充分渗透着直观想象的数学素养,教师在教育过程中,可以通过建立数与形的联系,帮助学生在观察、类比、探究等活动中得出一些重要的数学结论,让学生体会到观察、类比、探究的重要价值。例如,教师通过几何画板动态演示任意角的终边变化过程,让学生体验数与形的联系,感受单位圆在三角函数诱导公式的推导过程中的重要性,进而学会研究三角函数性质的一般方法。基于此,教师引导学生通过观察、想象,并借助单位圆对称性的几何直观得出三角函数的诱导公式。在单位圆中,角 α 的终边绕点 O 旋转 π 以后得到角 $\pi+\alpha$ 的终边,与圆的交点关于原点 O 成中心对称,即 $x=-x'$, $y=-y'$;进一步由三角函数的定义得出三角函数值,即 $\sin \alpha = y$, $\cos \alpha = x$, $\tan \alpha = \frac{y}{x}$; $\sin(\pi+\alpha)=-y$, $\cos(\pi+\alpha)=-x$, $\tan(\pi+\alpha)=\frac{y}{x}$ 。从而得出 $\sin(\pi+\alpha)=-\sin \alpha$, $\cos(\pi+\alpha)=-\cos \alpha$, $\tan(\pi+\alpha)=\tan \alpha$ 。在高中数学课堂教学中,教师通过结合这种教学情境,带领学生在挖掘数学问题的本质与数学结论的现实背景时,让学生体会数学结论所蕴含的重要思想,从而帮助学生逐步形成数形结合的思想,培养直观想象的数学素养。

参考文献:

- [1] 裴昌根,宋乃庆.基于核心素养的优质高效课堂教学探析[J].课程·教材·教法,2016,36(11):45-49.
- [2] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[S].北京:人民教育出版社,2018.
- [3] 吴立宝,王光明.数学特征视角下的核心素养层次分析[J].现代基础教育研究,2017,27(03):11-16.
- [4] 喻平.数学核心素养的培养:知识分类视角[J].教育理论与实践,2018,38(17):3-6.